# Алгоритм вычисления минимального времени одного такта работы шагового двигателя

*В.И. Капля, А.Г. Пан, Т.В. Дягилева*

*Волжский политехнический институт (филиал) ВолгГТУ*

**Аннотация:** в статье рассмотрена математическая модель ШД. Анализ математической модели показал наличие колебательности импульсной характеристики, вследствие чего требуется резервировать длительность управляющих импульсов. В работе приводится пример реализации алгоритма вычисления минимального времени одного такта работы шагового двигателя. Результаты проведенных исследований могут быть использованы в системе управления ШД с целью увеличения скорости работы, а также уменьшения энергопотребления, связанного с управлением ШД.

**Ключевые слова:** шаговый двигатель, математическая модель, передаточная функция, коэффициент затухания, дифференциальное уравнение, рекуррентное решение, итерационное решение.

Шаговый двигатель является одним из наиболее распространённых приборов для управления в системах, требующих повышенной точности позиционирования. От шагового двигателя (ШД) требуется высокое быстродействие и экономичность потребления энергии.

Вращение вала ШД осуществляется путем подачи последовательности прямоугольных импульсов на обмотки статора [1]. Предельная скорость вращения вала ШД зависит от конструктивных особенностей двигателя, нагрузки, а также частоты управляющих импульсов. Из теории оптимального управления известно [2], что одноимпульсное управление [3] с ограничением по величине воздействия может обеспечить предельное по быстродействию позиционирование только объектов первого порядка. Анализ известных [4] математических моделей показывает, что более точные модели ШД имеют второй, а в некоторых случаях и третий порядок. Процесс позиционирования ротора характеризуется колебательностью и перерегулированием, что не позволяет использовать ШД на предельных скоростях, и требует резервирования длительности управляющих импульсов. Резервирование длительности управляющих импульсов является причиной неэффективного потребления электроэнергии.

Скорость вращение ШД при ограниченном управляющем воздействии достигается путем формирования последовательности импульсов переменной длительности и знака [5].

Упрощённая модель ШД представляется в виде дифференциального уравнения [6]:

$$J \cdot \ddot{y} + D \cdot \dot{y} + \left[2p^2 \Phi_M n I_0\right] \cdot y = \left[2p^2 \Phi_M n I_0\right] \cdot u, \tag{1}$$

где $J$ – момент инерции ($кг \cdot м^2$); $p$ – число пар полюсов; $D$ – коэффициент вязкого трения ($Н \cdot м \cdot с \cdot рад^{-1}$); $\Phi_M$ – магнитный поток ($Тл \cdot м^2$); $n$ – число витков; $I_0$ – сила тока (А); $u$ – регулирующий параметр (напряжение на обмотке статора).

Представим дифференциальное уравнение (1) в разностном виде, используя соответствующие замены переменных:

$$y = y_k ;\ \dot{y} = \frac{y_k - y_{k-1}}{\delta t} ;\ \ddot{y} = \frac{y_k - 2 \cdot y_{k-1} + y_{k-2}}{\delta t^2},$$

где $\delta t$ – дискретный шаг времени.

Дифференциальное уравнение (1) в разностном виде примет следующий вид:

$$J \cdot \frac{y_k - 2 \cdot y_{k-1} + y_{k-2}}{\delta t^2} + D \cdot \frac{y_k - y_{k-1}}{\delta t} + 2p^2 \Phi_M n I_0 \cdot y_k = \left[2p^2 \Phi_M n I_0\right] \cdot u.$$

Выразив переменную $y_k$, получим следующую рекуррентную зависимость угла ротора $y_k$ от дискретного времени $t_k = k \cdot \delta t$:

$$y_k = \frac{2p^2 \Phi_M n I_0 \cdot u + y_{k-1} \cdot \left(\frac{J}{\delta t^2} + \frac{D}{\delta t}\right) - y_{k-2} \cdot \frac{J}{dt^2}}{\frac{J}{\delta t^2} + \frac{D}{\delta t} + 2p^2 \Phi_M n I_0}. \tag{2}$$

Проверить корректность полученной зависимости (2) можно посредством проведения численного эксперимента со следующими значениями параметров:

$$D = 0{,}319\ Н \cdot м \cdot с \cdot рад^{-1}; Ф_М = 135 \cdot 10^{-5}\,Тл \cdot м^2; p = 32;$$

$$\alpha = \frac{360}{64}; J = 4{,}3 \cdot 10^{-4}\,кг\ \ м^2; n = 300.$$

Результат численного эксперимента по вычислению зависимости угла ротора представлен на рис.1

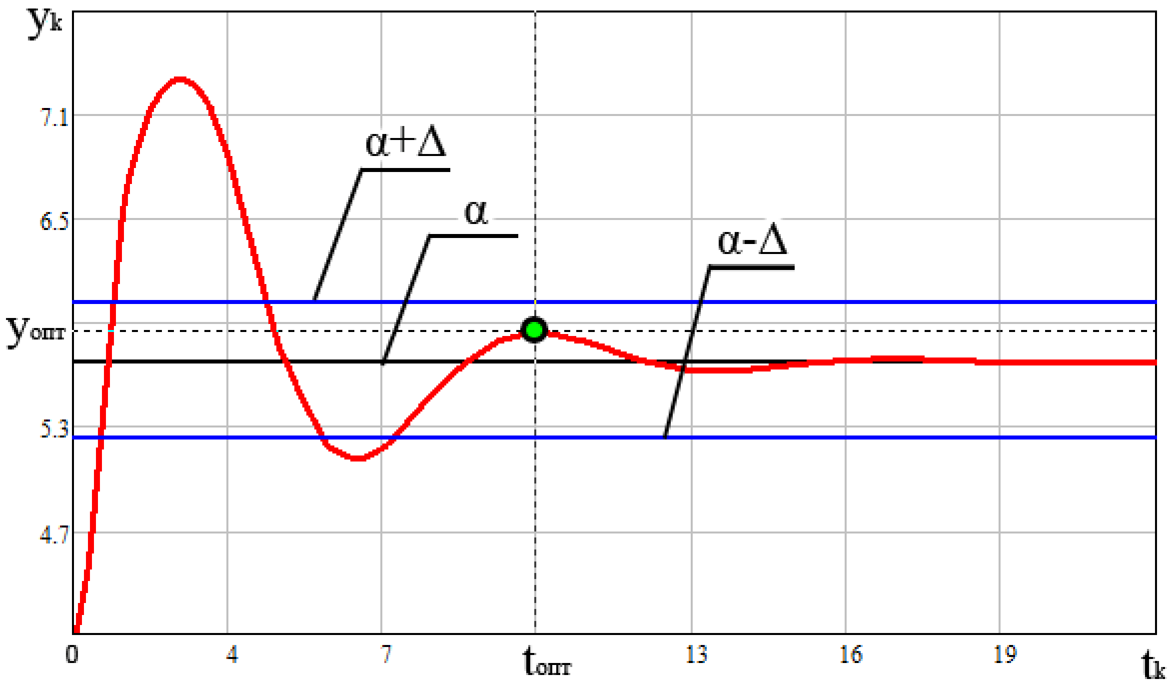


Рис. 1. – График зависимости угла ротора от времени.

Операторное решение дифференциального уравнения (1) позволяет получить передаточную функцию [6]:

$$W(s) = \frac{2p^2 Ф_М n I_0}{s^2 J + sD + 2p^2 Ф_М n I_0}.$$

Данной передаточной функции соответствует коэффициент затухания [7]:

$$\varepsilon = \frac{D}{2 \cdot 2p^2 \Phi_M n I_0 \cdot \sqrt{\dfrac{J}{2p^2 \Phi_M n I_0}}}. \tag{3}$$

Из теории автоматического управления известны [7] следующие условия, определяющие вид временных характеристик:

– если $0 < \varepsilon < 1$, то характеристики носят колебательный характер; (4)

– если $\varepsilon \geq 1$, то характеристики носят монотонный характер;

– если $\varepsilon = 0$, то характеристики имеют вид незатухающих колебаний.

Значение коэффициента затухания (3) в проведенном численном эксперименте равно $0{,}174$, что соответствует условию (4).

По переходной характеристике и в соответствии с расчетными значениями функции (3) видно, что процесс обладает свойством колебательности. Определение оптимального времени шага осуществляется путем поиска локального экстремума, который входит в диапазон $\pm\Delta$ от установившегося значения, например, $\Delta = 7\%$. Поиск экстремума осуществляется в процессе итерационных вычислений до момента $k$, при котором выполняется следующее условие:

$$\begin{gathered}\left[\left(y_k < y_{k-1}\right) \wedge \left(y_{k-1} \geq y_{k-2}\right) \wedge \left(y_{k-1} \leq \alpha \cdot (1+\Delta)\right)\right] \vee \\ \vee \left[\left(y_k > y_{k-1}\right) \wedge \left(y_{k-1} \leq y_{k-2}\right) \wedge \left(y_{k-1} \geq \alpha \cdot (1-\Delta)\right)\right],\end{gathered} \tag{5}$$

где $\alpha$ – угол поворота вала на 1 шаг.

Если условие (5) выполняется, то на $k$-м шаге получены оптимальные значения $y_{k-1} = y_{опт}$, $k-1 = k_{опт}$ и как следствие $t_{опт} = k_{опт} \cdot \delta t$. Полученное значение является оптимальным временем одного такта работы ШД, которое зависит от параметров математической модели.

Результаты анализа математической модели и численного эксперимента позволяют определить минимальное время одного такта работы шагового двигателя. Данное время является оптимальным в случаях, когда требуется обеспечить максимальную скорость вращения вала двигателя.

## Литература

**1.** Кацман М. М. Электрические машины: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Издание 5-е, перераб. и доп. – Москва: Academia, 2003, 496 с.

**2.** Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления. – М.: Наука, 1987, 712 с.

**3.** Лысенко А.В., Ченцов А.Г. Об асимптотических версиях одноимпульсного управления в линейной системе: множества притяжения в пространстве траекторий // Дифференциальные управления и процессы управления, 2003, № 2, URL: www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/j111.pdf.

**4.** Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. Издание 3-е, перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001, 327 с.

**5.** Моисеев А. А. Оптимальное управление при дискретных управляющих воздействиях // Автоматика и телемеханика, 1991, № 9, С. 123–132.

**6.** Kenjo Takashi, Sugawara Akira. Stepping Motors and Their Microprocessor Controls. Oxford University Press; 2 edition, 1994, 279 p.

**7.** Поляков К.Ю. Теория автоматического управления для “чайников”. Санкт-Петербург, 2008, 139 с.

**8.** Athani V. V. Stepper Motors: Fundamentals, Applications And Design. New Age International, 1997, 201 p.

**9.** Колесникова О.Н. Аппаратно-программный модуль для расчета и испытаний антенно-фидерных устройств // Инженерный вестник Дона, 2007, №2, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/page/20.

**10.** Диаб А.А.З., Котин Д.А., Панкратов В.В. Непосредственное векторное управление асинхронными электроприводами с использованием прогнозирующих моделей // Инженерный вестник Дона, 2014, №1, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2247.

## References

1. Kacman M. M. Jelektricheskie mashiny: uchebnik dlja studentov uchrezhdenij srednego professional'nogo obrazovanija. [Electric machines Textbook for students of institutions and secondary vocational education] Izdanie 5-e, pererab. i dop. Moskva: Academia, 2003, 496 p.

2. Krasovskij A.A. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija [Reference book on the theory of automatic control]. M.: Nauka, 1987, 712 p.

3. Lysenko A.V., Chencov A.G. Differencial'nye upravlenija i processy upravlenija (Rus), 2003, № 2, URL: www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/j111.pdf.

4. Kopylov I.P. Matematicheskoe modelirovanie jelektricheskih mashin [Mathematical modeling of electrical machines]. Izdanie 3-e, pererab. i dop. M.: Vysshaja shkola, 2001, 327 p.

5. Moiseev A. A. Avtomatika i telemehanika (Rus), 1991, № 9, pp. 123–132.

6. Kenjo Takashi, Sugawara Akira. Stepping Motors and Their Microprocessor Controls. Oxford University Press; 2 edition, 1994, 279 p.

7. Poljakov K.Ju. Teorija avtomaticheskogo upravlenija dlja “chajnikov” [The theory of automatic control for “noob”]. Sankt-Peterburg, 2008, 139 p.

8. Athani V. V. Stepper Motors: Fundamentals, Applications and Design. New Age International, 1997, 201 p.

9. Kolesnikova O.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2007, №2, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/page/20.

10. Diab A.A.Z., Kotin D.A., Pankratov V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №1, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2247.