Универсальная стохастическая модель произвольного движения наземного транспортного средства

И.В. Щербань, С.А.Толмачев, С.О. Красников

Южный Федеральный Университет, г. Ростов-на-Дону

Введение

Высокая стоимость инерциальных приборов является основным препятствием для их использования в автомобильной навигации. Однако технология микроэлектромеханических систем (MEMS), интенсивно развивающаяся в настоящее время, позволяет создавать дешевые инерциальные датчики и, таким образом, конструировать специальные инерциальные навигационные системы (ИНС) транспортных средств (ТС). Вследствие низкой точности подобных инерциальных систем предполагается их тесная интеграция со спутниковыми навигационными системами (СНС) [1,2].

Необходимость означенной интеграции обусловлена принципиально различным характером ошибок ИНС и СНС. Так, ошибки СНС обусловлены нестабильностью частоты генератора приемника, наличием помех в канале передачи информации при прохождении сигнала через тропо- и ионосферу, неточностями эфемеридного обеспечения и некоторыми другими специфическими факторами. Погрешности же ИНС не подвержены влиянию внешних факторов. Основным недостатком датчиков MEMS-типа является сравнительно низкая точность и зашумленность выходного сигнала. Поэтому интеграция указанных систем реализуется, в первую очередь, с целью периодической коррекции накапливающихся с течением времени ошибок навигационных определений ИНС по информации, получаемой от СНС [2-4].

Несмотря на то, что вопросам синтеза интегрированных навигационных систем "ИНС-СНС" в настоящее время посвящено достаточно большое количество работ, проблема эффективного использования разнородной измерительной информации для обеспечения заданной точности навигационных определений именно произвольно движущегося транспортного средства всё еще остается весьма актуальной [1,2]. Это связано с методическими погрешностями существующего способа интеграции систем, хорошо отработанного для воздушных или морских транспортных средств и основанного на линеаризации как навигационных измерений, так и моделей погрешностей измерителей [3]. Вследствие принципиального отсутствия на сегодняшний день адекватных математических моделей погрешностей MEMS-датчиков, возможных для использования в течение длительных временных интервалов эксплуатации транспортных средств в совершенно различных условиях, отсутствия заранее известных программных траекторий и отсутствия возможностей проведения периодических калибровок датчиков, такие подходы для автомобильной техники неприменимы.

В рассматриваемом случае эффективными могут быть статистически оптимальные дискретные фильтры, синтезируемые на основе моделей движения транспортного средства и позволяющие по измерениям СНС непосредственно получать оценки навигационных параметров объекта [5]. Но для синтеза фильтра необходима адекватная модель движения ТС в канонической векторной форме Ланжевена [6,7]

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}(\mathbf{Y},t) + \mathbf{F}_0(\mathbf{Y},t)\boldsymbol{\xi}, \quad (1)$$

где $\mathbf{Y}(t)$ – вектор состояния непосредственно ТС; $\xi(t)$ – вектор белого гауссовского шума (БГШ) с известными характеристиками; $\mathbf{F}(\mathbf{Y},t)$ и $\mathbf{F}_0(\mathbf{Y},t)$– известные векторная и матричная функции соответствующих размерностей.

Ясно, что формирование моделей вида (1) на основе формализма законов Ньютона в этом случае принципиально невозможно, так как основной проблемой является точность прогнозирования вида функций $\mathbf{F}(\mathbf{Y},t)$ и $\mathbf{F}_0(\mathbf{Y},t)$ на длительные периоды эксплуатации произвольного ТС. Поэтому представляет несомненный научный и практический интерес рассмотренный далее синтез модели вида (1), адекватно отражающей процессы произвольного движения ТС и позволяющей эффективно использовать методы нелинейной фильтрации при тесной интеграции ИНС и СНС.

1 Выбор систем координат

Для описания движения произвольного транспортного средства будем использовать следующие правые системы координат (СК): гринвичскую, геодезическую, инерциальную и приборную [8].

Гринвичская СК $O_e\xi\eta\zeta$ вращается вместе с Землей. Начало ее координат расположено в центре Земли, ось $O_e\eta$ направлена к Северному полюсу, ось $O_e\zeta$ располагается в плоскости Гринвичского меридиана, а ось $O_e\xi$ дополняет СК до правой.

Начало геодезической горизонтной (сопровождающей) СК $OENh$ совпадает с центром масс (ц.м.) ТС. Эта СК связана с вектором $\boldsymbol{\gamma}$ нормальной силы тяжести, а отрезок $QO = h$ является геодезической высотой места. Геодезическая широта φ определяется как угол между нормалью к эллипсоиду вращения и экваториальной плоскостью ($\xi\zeta$), а геодезическая долгота λ – как угол между плоскостью геодезического меридиана и плоскостью $\eta\zeta$ нулевого, или Гринвичского меридиана.

Оси невращающейся инерциальной СК $O\xi'\eta'\zeta'$ соответственно совпадают с осями гринвичской СК в начальный момент времени движения ТС t_0=0.

Предполагается, что на ТС используется наиболее распространенная бесплатформенная ИНС (БИНС), а измерительный блок включает три линейных акселерометра и блок гироскопов, построенный на трех датчиках угловой скорости (ДУС). Начало приборной СК $Cxyz$ расположено в ц.м. ТС, а оси направлены по ортогональным осям чувствительности приборов, входящих в состав измерителей БИНС.

2 Стохастическая модель движения ТС в канонической форме Ланжевена

Для вывода модели ТС в самом общем виде, не предполагающем формализацию на основе законов Ньютона, воспользовались основным уравнением инерциальной навигации – уравнением для ускорения ц.м. ТС, измеряемого его акселерометрами [8]:

$$\mathbf{n} = \mathbf{w}_a - \mathbf{g}\,, \tag{2}$$

где $\mathbf{n}$ – вектор ускорения, измеряемого акселерометрами; $\mathbf{w}_a$ - абсолютное ускорение ц.м. ТС; $\mathbf{g}$ – вектор действительной удельной силы тяжести.

Для связи линейной скорости $\mathbf{V}$ перемещения ТС относительно Земли с ускорениями, измеряемыми акселерометрами, в векторном уравнении (2) следует конкретизировать выражение для $\mathbf{w}_a$ с учетом вращения Земли и с учетом угловой скорости вращения самого ТС относительно Земли. Так как измерительный блок БИНС жестко связан с корпусом ТС, то вместо (2) следует использовать следующее векторное соотношение [8]:

$$\mathbf{n} = \left(\dot{\mathbf{V}}\right)_{\omega} + \left(2\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}\right) \times \mathbf{V} - \mathbf{g}\,, \tag{3}$$

где $\mathbf{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; $\left(\dot{\mathbf{V}}\right)_{\omega}$ – производная вектора линейной скорости $\mathbf{V}$ в системе координат, вращающейся с угловой скоростью ω; $\times$ – знак векторного произведения.

Известно, что по информации об измеренных акселерометрами составляющих n_x, n_y, n_z в осях связанного с измерительным блоком трехгранника $Cxyz$ можно определить проекции n_E, n_N, n_h этого же вектора $\bar{n}$, но на оси горизонтного трехгранника $OENh$ следующим образом:

$$\begin{vmatrix} n_E \\ n_N \\ n_h \end{vmatrix} = \mathbf{M}_{CE} \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где $\mathbf{M}_{CE}$ – матрица, определяющая ориентацию горизонтного и связанного с измерительным блоком приборного трехгранников.

Далее учтем принятый разворот осей горизонтной (сопровождающей) СК $OENh$ и связанной с вектором $\mathbf{\Omega}$ угловой скорости вращения Земли гринвичской СК $O_e\xi\eta\zeta$ и представим векторное произведение, входящее в (3), в проекциях на оси $OENh$ следующим образом:

$$(2\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{V} = \left(2 \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos\varphi \\ \Omega \sin\varphi \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{\lambda} \sin\varphi \end{vmatrix} \right) \times \begin{vmatrix} V_E \\ V_N \\ V_h \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} V_h \left(2\Omega \cos\varphi + \dot{\lambda}\right) + V_N \left(2\Omega \sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi\right) \\ V_E \left(2\Omega \sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi\right) + V_h \dot{\varphi} \\ -V_E \left(2\Omega \cos\varphi + \dot{\lambda}\right) - V_N \dot{\varphi} \end{vmatrix}. \tag{5}$$

Следовательно, согласно (3) и (5), проекции n_E, n_N, n_h вектора $\mathbf{n}$ на оси горизонтного трехгранника определяются следующими уравнениями:

$$n_E = \dot{V}_E + V_h \left(2\Omega \cos\varphi + \dot{\lambda}\right) + V_N \left(2\Omega \sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi\right) - g_E;$$
$$n_N = \dot{V}_N + V_E \left(2\Omega \sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi\right) + V_h \dot{\varphi} - g_N; \tag{6}$$
$$n_h = \dot{V}_h - V_E \left(2\Omega \cos\varphi + \dot{\lambda}\right) - V_N \dot{\varphi} - g_h,$$

где $\Omega = 7{,}292116 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$; V_E, V_N, V_h, $\dot{V}_E$, $\dot{V}_N$, $\dot{V}_h$ – восточная, северная и вертикальная составляющие линейной скорости и ускорения ц.м. ТС относительно Земли; g_E, g_N, g_h – составляющие вектора $\mathbf{g}$.

Учтем, что входящие в правые части уравнений (6) угловые скорости эволюции широты и долготы могут быть представлены следующими зависимостями:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{R_\lambda \cos\varphi}; \qquad \dot{\varphi} = \frac{V_N}{R_\varphi}, \tag{7}$$

где

$$R_\varphi = R_\varphi(\varphi,h) = \frac{a\left(1-e^2\right)}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{3/2}} + h \quad ; \qquad R_\lambda = R_\lambda(\varphi,h) = \frac{a}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{1/2}} + h\,;$$

e – эксцентриситет эллипсоида (на территории России принят эллипсоид Красовского и e^2=0,0066934).

Записав уравнения (6) в векторном виде

$$\begin{vmatrix} n_E \\ n_N \\ n_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot V_E \\ \dot V_N \\ \dot V_h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} V_h\left(2\Omega\cos\varphi + \dot\lambda\right) + V_N\left(2\Omega\ \sin\varphi + \dot\lambda\sin\varphi\right) \\ V_E\left(2\Omega\sin\varphi + \dot\lambda\sin\varphi\right) + V_h\dot\varphi \\ -V_E\left(2\Omega\cos\varphi + \dot\lambda\right) - V_N\dot\varphi \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} g_E \\ g_N \\ g_h \end{vmatrix}, \qquad (8)$$

и учитывая (4), определим составляющие ускорения ц.м. ТС относительно Земли следующим образом:

$$\begin{vmatrix} \dot V_E \\ \dot V_N \\ \dot V_h \end{vmatrix} = \mathbf{M}_{CE}\begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} V_h\left(2\Omega\cos\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) + V_N\left(2\Omega\ \sin\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda}\operatorname{tg}\varphi\right) \\ V_E\left(2\Omega\sin\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda}\operatorname{tg}\varphi\right) + V_h\dfrac{V_N}{R_\varphi} \\ -V_E\left(2\Omega\cos\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) - V_N\dfrac{V_N}{R_\varphi} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_E \\ g_N \\ g_h \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Для выражения составляющих g_E, g_N, g_h в дифференциальных уравнениях (9) через параметры состояния ТС воспользуемся следующими известными равенствами [3]:

$$g_E = -\gamma\eta_g\,; \qquad g_N = -\gamma\xi_g\,; \qquad g_h = \gamma + \Delta g\,,$$

где $\gamma = \gamma(\varphi) = \dfrac{a\gamma_e\cos^2\varphi + b\gamma_p\sin^2\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}$ – нормальная сила тяжести на поверхности земного эллипсоида; $\gamma_e = 9{,}780$, $\gamma_p = 9{,}832$ (м/с^2) – величины нормальной силы тяжести на земном экваторе и полюсе; $\eta_g = \eta_g(\lambda,\varphi)$, $\xi_g = \xi_g(\lambda,\varphi)$, $\Delta g = \Delta g(\lambda,\varphi)$ – известные в точке расположения ТС восточная и северная составляющие уклонения отвесной линии, а также аномалия силы тяжести соответственно; a, b – большая и малая полуоси модели земного эллипсоида.

Для представления модели движения ТС в замкнутом каноническом виде необходимо дополнить уравнения (7), (9) очевидным дифференциальным уравнением для высоты места ТС

$$\dot{h} = V_h\,, \tag{10}$$

а также уравнениями, задающими эволюцию его углового движения относительно ц.м. и позволяющими сформировать матрицу $\mathbf{M}_{CE}(t)$.

Вопрос рационального выбора кинематических параметров для описания углового движения ТС достаточно подробно отражен в современной литературе. Известно, что недостатками использования углов Эйлера (или Эйлера-Крылова) являются нелинейность кинематических уравнений и наличие особых точек, а недостатком использования матриц направляющих косинусов (Пуассона) или параметров Родрига-Гамильтона – необходимость нормировки кинематических уравнений при их численном интегрировании. В тоже время, преимуществом последних двух видов кинематических параметров является линейность уравнений и, хотя кинематических уравнений Пуассона больше (их 9), чем уравнений Родрига-Гамильтона (их 4), целесообразно выбрать именно первые.

Параметры Родрига-Гамильтона сравнительно просто выражаются через географические координаты ТС (углы Эйлера-Крылова), но обратная задача, решаемая при комплексировании БИНС и СНС, является несравненно более сложной и неоднозначной [2, 5]. Более того, использование уравнений РГ оправдано на больших временных интервалах автономного функционирования ТС. В рассматриваемом же случае временные интервалы дискретного получения измерительной информации СНС для коррекции БИНС достаточно малы [2,9].

Поэтому определение компонентов $\mathbf{M}_{CE}(t)$ будем осуществлять непосредственно интегрированием матричного уравнения Пуассона:

$$\dot{\mathbf{M}}_{CE} = \mathbf{M}_{CE}\,\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma \mathbf{M}_{CE}\,, \tag{11}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_h & \omega_N \\ \omega_h & 0 & -\omega_E \\ -\omega_N & \omega_E & 0 \end{bmatrix},$$

где $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b$ – кососимметрическая матрица, соответствующая вектору угловой скорости вращения приборного трехгранника; ω_x, ω_y, ω_z – измеряемые ДУ-Сами составляющие вектора угловой скорости вращения связанной с измерительным блоком приборной СК *Cxyz*; $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma$ – кососимметрическая матрица, соответствующая вектору угловой скорости вращения горизонтного трехгранника *OENh*; ω_E, ω_N, ω_h – составляющие вектора угловой скорости вращения горизонтного трехгранника *OENh*.

Начальные значения компонент матрицы $\mathbf{M}_{CE}(t_0)$ могут быть при этом определены на основе известных начальных значений углов курса $K(t_0)=K$, продольных $\psi(t_0)=\psi$ и боковых $\theta(t_0)=\theta$ отклонений ТС, определяющих взаимную ориентацию измерительного *Cxyz* и горизонтного трехгранника *OENh* (вопросы начальной выставки БИНС в статье не рассматриваются):

$$\mathbf{M}_{CE}(t_o)=\begin{vmatrix} \cos K\cos\theta+\sin K\sin\psi\sin\theta & \sin K\cos\theta & \cos K\sin\theta-\sin K\sin\psi\cos\theta \\ -\sin K\cos\theta+\cos K\sin\psi\sin\theta & \cos K\cos\theta & -(\sin K\sin\theta+\cos K\sin\psi\cos\theta) \\ -\cos\psi\sin\theta & \sin\psi & \cos\psi\cos\theta \end{vmatrix}.$$

Составляющие ω_E, ω_N, ω_h, входящие в (11), можно определить через параметры состояния ТС на основе следующих уравнений:

$$\omega_E = -\frac{V_N}{R_\varphi(\varphi,h)}; \quad \omega_N = \Omega\cos\varphi+\frac{V_E}{R_\lambda(\varphi,h)}; \quad \omega_h = \Omega\sin\varphi+\frac{V_E}{R_\lambda(\varphi,h)}\,\mathrm{tg}\varphi.$$

Таким образом, замкнутая модель движения транспортного средства по поверхности Земли в осях горизонтной (сопровождающей) системы координат имеет вид (7), (9), (10), (11). В качестве исходной информации служат измеряемые акселерометрами составляющие n_x, n_y, n_z вектора кажущегося ускорения и показания блока ДУС – составляющие $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вектора угловой скорости $\bar{\omega}$ вращения приборной системы координат (СК) на свои оси. Модель следует из основного уравнения инерциальной навигации, не требует конкретизации характеристик транспортного средства и учитывает процесс его текущего произвольного движения.

В то же время ясно, что измерения датчиков БИНС сопровождаются случайными погрешностями. Поэтому для формирования модели, адекватной реальному процессу движения произвольного транспортного средства по поверхности Земли, необходимо учесть стохастический характер измерений. Каждая конкретная БИНС, до ее установки на транспортное средство, подлежит предварительной тщательной калибровке и, следовательно, допустимо использовать следующее, наиболее общее представление моделей выходных сигналов акселерометров и ДУСов:

$$n_i(t) = z_i^n + w_i\,; \qquad \omega_i(t) = z_i^\omega + v_i \qquad (i = x, y.z\,), \tag{12}$$

где z_i^n, z_i^ω – реальные выходные сигналы акселерометров и ДУСов (с учетом смещений нуля и масштабных коэффициентов датчиков); w, v – белый гауссовский шум (БГШ) с нулевым средним и известной дисперсией. Известно, что даже в случаях негауссовских шумов измерений, модели выходных сигналов датчиков всегда могут быть представлены в форме (12) посредством построения формирующих фильтров и расширения вектора состояния [6,7].

Тогда дифференциальные уравнения (9) имеют вид:

$$\begin{vmatrix} \dot V_E \\ \dot V_N \\ \dot V_h \end{vmatrix} = \mathbf{M}_{CE} \begin{vmatrix} z_x^n + w_x \\ z_y^n + w_y \\ z_z^n + w_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_E \\ a_N \\ a_h \end{vmatrix} = \mathbf{M}_{CE} \begin{vmatrix} z_x^n \\ z_y^n \\ z_z^n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_E \\ a_N \\ a_h \end{vmatrix} + \mathbf{M}_{CE} \begin{vmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{vmatrix}, \tag{13}$$

где

$$a_E = g_E - V_h\left(2\Omega\cos\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) - V_N\left(2\Omega\ \sin\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda}\,\mathrm{tg}\varphi\right);$$

$$a_N = g_N - V_E\left(2\Omega\sin\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda}\,\mathrm{tg}\varphi\right) - V_h\,\frac{V_N}{R_\varphi};$$

$$a_h = V_E\left(2\Omega\cos\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) + V_N\,\frac{V_N}{R_\varphi} + g_h,$$

а, с учетом зависимостей (12), первое слагаемое в уравнении (11) – вид:

$$\mathbf{M}_{CE}\begin{bmatrix} 0 & -\left(z_z^{\omega}+v_z\right) & z_y^{\omega}+v_y \\ z_z^{\omega}+v_z & 0 & -\left(z_x^{\omega}+v_x\right) \\ -\left(z_y^{\omega}+v_y\right) & z_x^{\omega}+v_x & 0 \end{bmatrix}=\mathbf{M}_{CE}\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b+\mathbf{M}_{CE}\begin{bmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

Для окончательного представления стохастической модели движения ТС в каноническом виде преобразуем матричное дифференциальное уравнение (11), учитывая (14), в векторную форму. Для этого воспользуемся правилом составления вектора $\mathbf{M}_{CE}{}^{(\upsilon)}$ размерности 9×1 по элементам матрицы $\mathbf{M}_{CE}$, введенном в работе [10]:

$$\mathbf{M}_{CE}{}^{(\upsilon)}=\begin{vmatrix} \mathbf{M}_{CE}{}^{1} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{2} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{3} \end{vmatrix},$$

где $\mathbf{M}_{CE}{}^{1}$, $\mathbf{M}_{CE}{}^{2}$, $\mathbf{M}_{CE}{}^{3}$ – столбцы матрицы $\mathbf{M}_{CE}$, а также приведенными в работе [10] преобразованием

$$\mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})}=\begin{vmatrix} \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^{3} & \mathbf{M}_{CE}{}^{2} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{3} & \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^{1} \\ -\mathbf{M}_{CE}{}^{2} & \mathbf{M}_{CE}{}^{1} & \mathbf{0}_v \end{vmatrix},$$

и свойством кронекеровского произведения матриц:

$$\mathbf{I}\otimes\mathbf{b}=\begin{vmatrix} \mathbf{b} & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{b} & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{b} \end{vmatrix},$$

где $\mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})}$ – матрица 9×3, составленная из столбцов матрицы $\mathbf{M}_{CE}$; $\mathbf{0}_v$ – нуль-вектор 3×1; $\mathbf{I}$, $\mathbf{b}$ – соответственно, единичная и произвольная матрицы размерностей 3×3 (результирующая матрица здесь имеет размерность 9×9); $\otimes$ – символ кронекеровского произведения.

Тогда:

$$\dot{\mathbf{M}}_{CE}{}^{(\upsilon)}=\begin{vmatrix} \dot{\mathbf{M}}_{CE}{}^{1} \\ \dot{\mathbf{M}}_{CE}{}^{2} \\ \dot{\mathbf{M}}_{CE}{}^{3} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^{3} & \mathbf{M}_{CE}{}^{2} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{3} & \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^{1} \\ -\mathbf{M}_{CE}{}^{2} & \mathbf{M}_{CE}{}^{1} & \mathbf{0}_v \end{vmatrix}\begin{vmatrix} z_x^{\omega} \\ z_y^{\omega} \\ z_z^{\omega} \end{vmatrix}-\left(\mathbf{I}\otimes\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\gamma}\right)\begin{vmatrix} \mathbf{M}_{CE}{}^{1} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{2} \\ \mathbf{M}_{CE}{}^{3} \end{vmatrix}+$$

$$+\begin{vmatrix} \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^3 & \mathbf{M}_{CE}{}^2 \\ \mathbf{M}_{CE}{}^3 & \mathbf{0}_v & -\mathbf{M}_{CE}{}^1 \\ -\mathbf{M}_{CE}{}^2 & \mathbf{M}_{CE}{}^1 & \mathbf{0}_v \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} = \qquad (15)$$

$$= \mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})} \begin{vmatrix} z_x^\omega \\ z_y^\omega \\ z_z^\omega \end{vmatrix} - \left(\mathbf{I} \otimes \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma\right) \mathbf{M}_{CE}{}^{(\upsilon)} + \mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})} \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix},$$

где $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma(V_E, V_N, \varphi, h)$.

Проведенные преобразования позволяют записать стохастическую модель движения произвольного ТС в требуемой векторной форме Ланжевена (1) следующим образом:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}; t) + \mathbf{F}_0(\mathbf{Y}, t)\xi(t); \quad \mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y_0}, \qquad (16)$$

где $\mathbf{Y} = \left\{\lambda, \varphi, h, V_E, V_N, V_h, \mathbf{M}_{CE}{}^{(\upsilon)}\right\}$ – вектор размерности 15×1; $\mathbf{Z} = \left\{z_x^n, \ldots, z_z^\omega\right\}$ – вектор размерности 6×1 выходных сигналов акселерометров и ДУСов БИНС; $\mathbf{M}^{(\upsilon)}$ – вектор, составленный из компонент матрицы Пуассона; $\xi = | \, w_x \;\; w_y \;\; w_z \;\; v_x \;\; v_y \;\; v_z \, |^{\mathrm{T}}$ - вектор БГШ с известными характеристиками, а матричная $\mathbf{F}_0(\mathbf{Y}, t)$ 15×6 и векторная $\mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}; t)$ 15×1 функции имеют, соответственно, вид:

$$\mathbf{F}_0(\mathbf{Y}, t) = \left|\begin{array}{c:c:c} \multicolumn{3}{c}{\mathbf{0}} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{M}_{CE} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})} \end{array}\right|;$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}; t) = \left|\begin{array}{c} V_N / R_\varphi \\ V_E / R_\lambda \cos\varphi \\ V_h \\ \hdashline \mathbf{M}_{CE} \begin{vmatrix} z_x^n \\ z_y^n \\ z_z^n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_E \\ a_N \\ a_h \end{vmatrix} \\ \hdashline \mathbf{M}_{CE}{}^{(\bar{\upsilon})} \begin{vmatrix} z_x^\omega \\ z_y^\omega \\ z_z^\omega \end{vmatrix} - \left(\mathbf{I} \otimes \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma\right) \mathbf{M}_{CE}{}^{(\upsilon)} \end{array}\right|.$$

Особенности уравнений (16) следующие. Во-первых, они имеют наиболее общий характер, и полученная модель может быть использована для описания любого транспортного средства, произвольно движущегося по поверхности Земли, причем, на любом этапе времени его эксплуатации. Во-вторых, модель достаточно точно отражает динамику объекта, так как включает реальные измерения БИНС и учитывает модели погрешностей датчиков. И, в-третьих, обеспечена возможность реализации методов нелинейной дискретной фильтрации при тесной интеграции БИНС и СНС для высокоточной оценки навигационных параметров ТС.

3 Пример численного моделирования

Для обоснования реализуемости рассмотренного подхода и оценки адекватности синтезированной модели выполнено численное моделирование. Задавалось два вида движения ТС в горизонтной СК $OENh$ на временном интервале t=[0; 900]с:

- равномерное движение по окружности радиусом 50 км с постоянной скоростью 90 км/ч;

- то же самое движение по окружности, но с имитацией тряски автомобиля, моделировавшейся описанием углов $\psi(t)$ и $\theta(t)$ высокочастотными гармоническими функциями.

Для обоих случаев рассчитывались исходные функции навигационных параметров $\varphi_{исх}(t)$ и $\lambda_{исх}(t)$.

С целью определения потенциальной точности модели вначале были выполнены типовые алгоритмы "эталонных" измерений БИНС и определены функции $n_x(t)$, $n_y(t)$, $n_z(t)$ без учета шумовых составляющих датчиков. Далее, с учетом полученных функций, интегрировались детерминированные уравнения (7), (9), (10), (11) с шагом 0,1с. Полученные таким образом эволюции навигационных параметров для обоих вариантов движения ТС $\varphi_э(t)$ и $\lambda_э(t)$ сравнивались со значениями $\varphi_{исх}(t)$ и $\lambda_{исх}(t)$:

$$\Delta q_м(t) = q_{исх}(t) - q_э(t), \quad (q = \varphi, \lambda).$$

В итоге вышло, что на конец временного интервала моделирования ошибки местоопределения ТС на поверхности Земли по меридиану и широте не превышали 2 м. (Полную окружность на поверхности Земли транспортное средство при указанных условиях совершает за 12567 с. За этот период времени погрешности местоопределения объекта не превышали 100 м).

Ошибки $\Delta\varphi_{м}(t)$, $\Delta\lambda_{м}(t)$ являются методическими и объясняются следующим. Имитируемые дискретные выходные значения датчиков (на данном этапе n_x, n_y, n_z) рассчитывались в алгоритме "эталонных" измерений и записывались, как и принято, в файл измерений и, естественно, с тем же шагом 0,1 с, что и выбираемый далее шаг интегрирования уравнений (7), (9), (10), (11). Понятно, что измерения n_x, n_y, n_z в общем случае являются функциями времени. Однако в схеме численного интегрирования (например, Рунге-Кутта) в течение шага интегрирования эти величины, выбираемые из уже сформированного файла измерений, являются постоянными и не пересчитываются. Эта особенность и обуславливает вышеуказанные методические погрешности. В то же время известно, что за счет соответствующего выбора шага интегрирования и, следовательно, частоты съема измерений БИНС, определяемых из условий и частотных характеристик движения ТС, данная методическая погрешность может быть практически сведена к нулю. Например, при моделировании уменьшение шага интегрирования на порядок (до 0,01 с) приводило к уменьшению методических ошибок приблизительно в 8-9 раз.

С целью моделирования реальных выходных сигналов датчиков далее на "эталонные" измерения согласно (12) накладывали аддитивный БГШ. Значения шумовых составляющих определялись из технических характеристик MEMS-датчиков L3G42000D (ДУСов) и LSM303DLH (акселерометров).

С учетом полученных таким образом функций z_i^n, z_i^ω $(i = x, y, z)$ с тем же шагом интегрировались уже стохастические уравнения (16). Вследствие шумов измерителей ошибки местоопределения ТС существенно выросли и на 900-й секунде составляли уже около 8000 м. При этом вид моделируемого движения ТС (равномерное или с "тряской") практически не влиял на конечные результаты.

Анализ проведенных численных исследований подтвердил корректность выполненных рассуждений и адекватность синтезированной стохастической модели реальным процессам произвольного движения ТС. Подобные модели могут быть использованы для построения нелинейных фильтров при тесной интеграции ИНС и СНС с целью оптимальной оценки текущих навигационных параметров ТС [11].

Результаты исследований, изложенные в данной статье, получены при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации проекта «Создание высокотехнологичного производства для изготовления комплексных реконфигурируемых систем высокоточного позиционирования объектов на основе спутниковых систем навигации, локальных сетей лазерных и СВЧ маяков и МЭМС технологии» по постановлению правительства №218 от 09.04.2010 г. Исследования проводились в ФГАОУ ВПО ЮФУ.

Список литературы:

1.Пешехонов, В.Г. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: сб. ст. и докл. [Текст] – СПб.: Электроприбор, 2001. – 235с.

2.Sukkarieh, S. Low Cost, High Integrity Aided Inertial Navigation Systems For Autonomous Land Vehicles [текст]: Ph.D. Thesis, Univ. of Sydney, 2000. – 136 p.

3.Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов [Текст] – СПб.: Электроприбор, 2003. – 390 с.

4. Weston, J. L. Basic Principles Of Strapdown Inertial Navigation Systems [Текст] // J. L. Weston // Strapdown Inertial Navigation Technology – 2nd Edition. – Radar, sonar, navigation and avionics, 2004. – Chapter 3. – P. 17-59.
5. Демидов, О.В. Задача тесной интеграции систем ГЛОНАСС и GPS с ИНС разных классов точности [Текст]: Дисс. на соиск. степ. к.ф.-м.н.: 01.02.01 : защищена 11.12.2009 / Голован Андрей Андреевич – М.: МГУ, 2009. – 139 с.
6. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем [Текст] – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
7. Соколов С.В., Хуторцев В.В. Современные принципы управления и фильтрации в стохастических системах [Текст] – М.: Радио и связь, 2001. – 808 с.
8. Ишлинский, А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация [Текст] – М.: Наука, 1976. – 672 с.
9. Середа А. Ю., Детюк К. В. Бортовой информационно-навигационный комплекс КА «ГЛОНАСС-К» [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №3. – Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/906 (доступ свободный)- Загл. с экрана. – Яз. рус.
10. Чернов А.А., Ястребов В.Д. Метод оценки возмущений в алгоритмах решения навигационных задач [Текст] // Космич. исследования. Т.22. – 1984, №3. – С. 537-542.
11. Королев А.Н., Павлов С.В. Организация полигонной отработки перспективных технологий координатно-временного и навигационного обеспечения в Ростовской области [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012, №3. – Режим доступа: http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/918 (доступ свободный)- Загл. с экрана. – Яз. рус.