Инженерный вестник Дона, №3 (2022)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7506

Применение теории расписаний для решения задачи обучения персонала

В.Ю. Калачёв, Г.А. Угольницкий, И.А. Харитонов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье применён математический аппарат теории расписаний для решения задачи обучения персонала. Составлена и проверена на адекватность математическая модель. Получены выводы, показывающие практическую применимость модели.
Ключевые слова: теория расписаний, дискретная математика, оптимизация, обучение, математическое моделирование, линейное программирование.

Введение

В современных условиях проблема внутрифирменного обучения стоит как никогда остро. Скорость, с которой развиваются различные отрасли, не позволяет пускать этот процесс на самотёк, поэтому необходимо использовать математические методы, чтобы добиться оптимального плана распределения рабочих ресурсов, которые будут направлены на обучение персонала, а именно - целесообразно использовать методы теории расписаний.

Общая теория расписаний изложена в работах С. Джонсона и Р. Беллмана, которые изучили задачу о двух станках (базовая задача теории расписаний) [1–3]. В последние несколько лет опубликовано несколько работ, освещающих теорию расписаний с разных сторон. Так, в статье [4] показывается, как с помощью теории расписаний можно добиться оптимального распределения времени у работников оперативной дежурной смены, тем самым уменьшая потери, связанные с возможным промедлением в устранении последствий различного рода происшествий. В [5] изложен новый способ построения моделей, который можно применять непосредственно на реальных предприятиях. Авторы [6] провели исследования различных модификаций стандартного для теории расписаний алгоритма Плотникова-Зверева для неоднородной минимаксной задачи и пришли к выводу о том, что их модификация превосходит уже имеющиеся.

Также теорию расписаний успешно применяли для железнодорожных работ [7], кинотеатров [8] и маршрутных задач [9]. В последнее время для решения задач теории расписаний применяют эвристические методы, в частности, генетический алгоритм [10]. В статьях [11-12] описано применение имитационного моделирования для решения задач управления в системе дополнительного профессионального образования.

В данной статье приведён пример базовой модели, позволяющей при определённых ограничениях и допущениях построить приемлемое расписание для преподавателей, осуществляющих обучение персонала на предприятии.

Математическая постановка

В общем виде модель можно представить как задачу линейного программирования с целевой функцией:

$$E=\left(\max\left\{g_pT_{pk}-\sum_{1}^{I}Z_{ip}X_{ik}\right\}_{k=\overline{1,K},\,p=\overline{1,P}}\right)\to\min$$

и системой ограничений:

$$\begin{cases} X_{ik}\geq \mathrm{y}_{ik} \\ \sum\limits_{i=1}^{I}X_{ik}\leq g_pT_{pk} \\ \sum\limits_{i=1}^{I}\sum\limits_{k=1}^{K}\sum\limits_{p=1}^{P}Z_{ip}X_{ik}=c_i \end{cases}$$

Здесь $X_{ik}; i=1,...,I; k=1,...,K.$- количество выпущенных сотрудников в неделю, где первый индекс отвечает за тип работника, а второй за номер недели; $C=(c_1,...,c_i)$ - вектор ограничений на общий выпуск i-го типа сотрудников; $Y_{ik}; i=1,...,I; k=1,...,K.$-необходимый выпуск i-го типа сотрудника в k-ю неделю; $T_{pk}; p=1,...,P; k=1,...,K.$- количество часов, доступных для обучения у преподавателя, где первый индекс отвечает за тип преподавателя, а второй за номер недели; $G=(g_1,...,g_p)$ вектор количества преподавателей каждого типа. Каждый элемент матрицы $Z=\begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{i1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{1p} & \cdots & z_{ip} \end{pmatrix}$ показывает, сколько нужно i-му типу специалиста часов обучения по p-му типу обучения. Данную задачу, как и большинство задач теории расписаний, можно отнести к классу NP-полных задач. В данном случае для полного перебора всех возможных решений задачи понадобится перебрать $\prod_1^I c_i^K$ вариантов, что даже при небольших размерностях делает полный перебор крайне затруднительным.

Пример

Для предприятия разработана программа пополнения персонала. По этой программе предприятие должно в течение месяца обучить 50 начинающих работников типа «Новичок» и 25 опытных работников типа "Бывалый". При этом в течение каждой недели требуется обучать не менее 10 работников типа «Новичок». В процессе обучения работники должны пройти через несколько этапов обучения: вводный курс, теоретическая подготовка, практическая подготовка. Затраты и фонд времени на эти этапы при выпуске одного работника (в часах) приведены в табл.1-2.

Таблица 1

Требования к обучаемому персоналу. Первый пример

Вид обучения	Затраты времени на обучение человека	
	”Новичок”	“Бывалый”
Вводные занятия	5	5
Теоретические занятия	10	15
Практические занятия	10	20

Таблица 2

Производственные возможности преподавателей на заданный период времени. Первый пример

Преподаватели	Количество	Фонд времени (по неделям),ч			
		1-я	2-я	3-я	4-я
Преподаватель по вводным занятиям	3	30	40	40	40
Преподаватель по теоретическим занятиям	7	40	35	40	50
Преподаватель по практическим занятиям	7	40	40	45	40

Требуется распределить производственную программу по неделям. В качестве критерия оптимальности используется равномерность загрузки преподавателей. Составим систему ограничений.

Ограничения на общий объём обучения работников:

$X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14}=50$; $X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24}=25$.

Ограничения, показывающие, сколько работников типа «Новичок» необходимо выпустить на каждую неделю:

$X_{11}\geq 10;\ X_{12}\geq 10;\ X_{13}\geq 10;\ X_{14}\geq 10$

Ограничения на время работы преподавателей по неделям:

$$5X_{11}+5X_{21}\leq 90;\ 10X_{11}+15X_{21}\leq 280;\ 10X_{11}+20X_{21}\leq 280;$$
$$5X_{12}+5X_{22}\leq 120;\ 10X_{12}+15X_{22}\leq 245;10X_{12}+20X_{22}\leq 280;$$
$$5X_{13}+5X_{23}\leq 120;\ 10X_{13}+15X_{23}\leq 280;\ 10X_{13}+20X_{23}\leq 315;$$
$$5X_{14}+5X_{24}\leq 120;\ 10X_{14}+15X_{24}\leq 350;\ 10X_{14}+20X_{24}\leq 280.$$

Критерий оптимальности (целевая функция) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}E=\max(\\ 90-5X_{11}-5X_{21};280-10X_{11}-15X_{21};280-10X_{11}-20X_{21};\\ 120-5X_{12}-5X_{22};245-10X_{12}-15X_{22};280-10X_{12}-20X_{22};\\ 120-5X_{13}-5X_{23};280-10X_{13}-15X_{23};315-10X_{13}-20X_{23};\\ 120-5X_{14}-5X_{24};350-10X_{14}-15X_{24};280-10X_{14}-20X_{24}\\ )\rightarrow\min\end{gathered}$$

Поясним смысл критерия эффективности для данного примера. Производственная программа задана: требуется выпустить 50 специалистов типа "Новичок" и 25 специалистов типа "Бывалый". Заданы также затраты времени на обучение одного специалиста (см. табл. 1). Поэтому общие затраты времени на обучение фиксированы. Задача состоит в том, чтобы по возможности равномерно распределить это время работы по четырем периодам (неделям). Необходимо найти решение, при котором ни в одном из периодов простой преподавателей не будет слишком длительным [13].

Решение задачи

В качестве инструмента решения воспользуемся табличным процессором Microsoft Excel. Используя «Поиск решения», решим поставленную выше задачу для нескольких наборов тестовых данных для проверки модели на адекватность.

Примеры различных расписаний

Первый набор представлен в таблицах 1 и 2, охарактеризуем его как минимальный (в плане количества преподавателей). Как видно из таблицы, в 4-ю неделю пришлось довыполнить план и выпустить 20 «Новичков». Это объясняется тем, что в 4-й неделе выделено не 40 часов на каждого преподавателя по практическим занятиям, а 50.

Таблица 3

Результаты вычислений для первого примера

Номер недели	1	2	3	4
Новички	10	10	10	20
Бывалые	6	7	8	4

Во втором примере попробуем дать больше производственных мощностей для всех отделов.

Таблица 4

Производственные возможности преподавателей на заданный период времени. Второй пример

Преподаватели	Количество	Фонд времени (по неделям),ч			
		1-я	2-я	3-я	4-я
Преподаватель по вводным занятиям	6	30	40	40	40
Преподаватель по теоретическим занятиям	10	40	35	40	50
Преподаватель по практическим занятиям	10	40	40	45	40

Таблица 5

Результаты вычислений для второго примера

Номер недели	1	2		3	4
Новички	13	10		10	17
Бывалые	4	5		8	8
Значение ЦФ	210				

Получим естественный вывод: если и так было достаточное количество производственных мощностей, то увеличение рабочей силы только увеличивает время простоя.

Попробуем сделать начальные условия полностью равномерными, а также обеспечим приемлемое количество преподавателей. Под равномерностью понимаем одинаковое количество времени у каждого типа преподавателей на каждую неделю.

Таблица 6

Производственные возможности преподавателей на заданный период времени. Третий пример

Преподаватели	Количество	Фонд времени (по неделям),ч			
		1-я	2-я	3-я	4-я
Преподаватель по вводным занятиям	3	40	40	40	40
Преподаватель по теоретическим занятиям	5	40	40	40	40
Преподаватель по практическим занятиям	5	40	40	40	40

Таблица 7

Результаты вычислений для третьего примера

Номер недели	1	2	3	4
Новички	18	12	10	10
Бывалые	3	6	8	8
Значение ЦФ	70			

Можно сделать вывод о том, что чем более равномерны потребности в производстве сотрудников и нагрузки на преподавателей, тем меньше будет простой. Если принять такое ограничение, чтобы в одну из недель было необходимо выпустить 20 новичков, то с прошлым количеством не удастся решить задачу, так что надо будет добавить четырёх преподавателей.

Таблица 8

Производственные возможности преподавателей на заданный период времени. Третий пример

Преподаватели	Количество	Фонд времени (по неделям),ч			
		1-я	2-я	3-я	4-я
Преподаватель по вводным занятиям	3	40	40	40	40
Преподаватель по теоретическим занятиям	7	40	40	40	40
Преподаватель по практическим занятиям	7	40	40	40	40

Таблица 9

Результаты вычислений для третьего примера

Номер недели	1	2	3	4
Новички	10	10	20	10
Бывалые	8	8	1	8
Значение ЦФ	65			

Если потребовать, чтобы количество выпускаемых новичков было почти одинаковым (12,12,13,13), то, не изменяя количество преподавателей, получим большее значение функции, чем когда требовалось, чтобы в 3-ю неделю выпустили 20 новичков сразу.

Таблица 10

Результаты вычислений для изменённого третьего примера

Номер недели	1	2	3	4
Новички	12	12	13	13
Бывалые	6	6	7	6
Значение ЦФ	70			

Решив несколько вариантов данной задачи, можно понять, что проще всего вначале задать чрезмерное количество преподавателей, и далее или планомерно уменьшать их число (при равном количестве чрезмерного простоя рабочего времени), или понедельно уменьшать нагрузки (при явном доминировании в этом плане какой-то недели), планомерно находя сочетание времени работы и количества персонала для достижения необходимого результата. Проделав такую процедуру несколько раз (решив задачи примерно по 10 раз для каждого набора начальных характеристик у требуемых сотрудников), удалось найти решения, где максимальный простой у персонала был не больше, чем 6 часов за месяц.

Выводы

Представленные результаты показывают, что задача обучения персонала также может решаться с помощью теории расписаний. Рассматриваемая модель имеет ряд допущений, таких, как:

— однородность преподавателей и обучающихся;
— однородность времени;
— непрерывность рабочего процесса;

— предположение о том, что у предприятия возникнет желание минимизировать максимальный простой, а не свои убытки или максимизировать прибыль;

— отсутствие проверки получаемых знаний;

— не учитывается специфика предприятия.

Но даже с их учётом, полученные результаты можно использовать на практике:

— отклоняя заведомо неоптимальные ситуации (которые могут возникать при избытке сотрудников или их часов работы);

— определяя нерешаемые ситуации (когда работников мало или сотрудников необходимо выпустить слишком много);

— помогая ЛПР составлять расписание уже без допущений;

— ускоряя создание нового расписания при изменении начальных условий.

Поскольку рассматриваемая задача является NP-полной, то с большими размерностями становится невозможно решать задачу с помощью полного перебора. Поэтому для решения задачи можно использовать популярный эвристический метод: генетический алгоритм. В использованной программе данный алгоритм является встроенным.

Список литературы

1. Bellman R. Mathematical aspects of scheduling theory. 1956, 63 p.

2. Bellman R., Gross, O. Some combinatorial problems arising in the theory of multistage processes. 1945. 15 p.

3. Johnson S.M. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included. 1954. 18 p.

4. Очередько М.В. Алгоритм составления расписания выполнения задач оперативной дежурной смены центра управления в кризисных ситуациях территориального органа МЧС России при ликвидации чрезвычайных ситуаций // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. 2020. С. 30-40.

5. Савенкова Н.П. Новый подход к математическому моделированию календарного планирования на промышленном предприятии // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2021. С. 103-115.

6. Кобак В.Г. Кобак, В.М. Поркшеян, А.П. Кузин В.Г. Исследование различных модификаций алгоритма Плотникова-Зверева при решении неоднородной минимаксной задачи // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2020. С. 5-12.

7. Белоусов Ф.А. Белоусов, И.В. Неволин, Н.К. Хачатрян Ф.А. Моделирование и оптимизация планов грузовых железнодорожных перевозок, выполняемых транспортным оператором // Бизнес-информатика. 2020. С. 21-36.

8. Лештаев Н.Д. Точные математические постановки задачи составления расписания сеансов кинотеатра // STUDNET. 2020. 31 с.

9. Горбачев А. М. Математическая модель апериодических маршрутных расписаний городского электрического транспорта // Автоматика на транспорте. 2020. С. 499-517.

10. Кобак В.Г. Исследование применения многоточечного кроссовера при решении неоднородной минимаксной задачи большой размерности // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2021. С. 5-9.

11. Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А., Дьяченко В.К. Динамическая модель профессиональной специализации студентов // Инженерный вестник Дона. 2013. №1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1653.

12. Германовский С.С., Дьяченко В.К., Угольницкий Г.А. Имитационное моделирование согласования интересов в системе дополнительного профессионального образования // Инженерный вестник Дона. 2015. №3, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3264.

13. Батин Н.В., Слуянова Т.В. Основы автоматического управления // БГУИР. 2006. 49 с.

References

1. Bellman R. Mathematical aspects of scheduling theory. 1956. 63 p.

2. Bellman R., Gross, O. Some combinatorial problems arising in the theory of multistage processes. 1945. 15 p.

3. Johnson S.M. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included. 1954. 18 p.

4. Ochered'ko M.V., Nauchnye i obrazovatel'nye problemy grazhdanskoj zashchity. 2020. Pp. 30-40.

5. Savenkova N.P., Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya «Priborostroenie». 2021. Pp. 103-115.

6. Kobak V.G. Kobak, V.M. Porksheyan, A.P. Kuzin. V.G. Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskij region. Seriya: Tekhnicheskie nauki. 2020. Pp.5-12.

7. Belousov F.A. Belousov, I.V. Nevolin, N.K. Hachatryan F.A. Biznes-informatika. 2020. Pp. 21-36.

8. Leshtaev N.D. Tochnye matematicheskie postanovki zadachi sostavleniya raspisaniya seansov kinoteatra [Exact mathematical formulation of the problem of scheduling movie theater sessions]. Studnet. 2020. 31 p.

9. Gorbachev A. M., Avtomatika na transporte. 2020. Pp. 499-517.

10. Kobak V.G. Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskij region. Seriya: Tekhnicheskie nauki. 2021. Pp. 5-9.

11. Tarasenko L.V., Ugol'nickij G.A., D'yachenko V.K. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. №1 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1653.

12. Germanovskij S.S., D'yachenko V.K., Ugol'nickij G.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2015. №3, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3264.

13. Batin N.V., Sluyanova T.V. Osnovy avtomaticheskogo upravleniya. [Fundamentals of automatic control]. BGUIR. 2006. 49 p.