

Анализ влияния точности представления данных на качество вейвлет-обработки изображений с вычислениями по методу Винограда

М.В. Бергерман

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь

Аннотация: Данная работа посвящена применению метода Винограда для выполнения вейвлет-преобразования в задаче сжатия изображений. Применение данного метода позволяет снизить вычислительную сложность, а также повысить скорость вычислений за счет групповой обработки пикселей. В работе определяется минимальное количество бит, при котором обработанные изображения достигали высокого качества в результате выполнения дискретного вейвлет-преобразования в формате вычислений с фиксированной точкой. Результаты эксперимента показали, что для обработки фрагментов из 2 и 3 пикселей без потери точности по методу Винограда достаточно использовать 2 двоичных знака после запятой. Для получения качественного изображения при обработке групп из 4 и 5 пикселей достаточно использовать 4 и 7 двоичных знака после запятой, соответственно. Разработка аппаратных ускорителей предложенного метода сжатия изображений является перспективным направлением дальнейших исследований.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, метод Винограда, обработка изображений, цифровая фильтрация, свертка с шагом.

Введение

Требования к современным устройствам обработки изображения постоянно растут ввиду увеличения разрешения изображений, качества картинки, частоты кадров видео и др. Для хранения большого количества данных используются вейвлеты для выполнения сжатия изображений и видео. Они используются в задачах сжатия информации [1], для анализа изображений [2], обработки видео [3], шумоподавления [4]. Основными недостатками вейвлет-преобразований являются высокая задержка обработки и высокая вычислительная сложность. В связи с этим, возникает потребность в создании новых методов и алгоритмов повышения скорости обработки данных и снижения вычислительных затрат.

В настоящее время разрабатываются новые способы и подходы увеличения производительности вейвлет-обработки. В работе [5] авторы предложили оптимизацию вейвлет-преобразований для выполнения

вычислений на графических процессорах, при которой достигается увеличение скорости работы обработки данных. В работе [6] авторы использовали приближенные вычисления для вейвлет-обработки сигналов электрокардиограмм. Такой подход позволил достигнуть снижения энергопотребления устройства. Авторы в работе [7] предложили аппаратную архитектуру на основе схемы лифтинга с непрерывным потоком данных для дискретного пакетного вейвлет-преобразования, что позволило снизить потребление памяти, площади и энергопотребление устройства. Все перечисленные подходы основываются на вычислениях по одному пикселю для обработки сигналов и изображений. Метод Винограда позволяет выполнять обработку изображения группой пикселей, тем самым, снижает вычислительную сложность обработки изображения. Данный метод увеличивает скорость обработки изображений за счет снижения количества умножений при увеличении количества операций сложения [8].

В данной статье предлагается использование метода Винограда для выполнения дискретного вейвлет-преобразования изображения высокого разрешения. В качестве вейвлет-функции был использован фильтр Ле-Галла, который используется для сжатия изображений без потерь качества в современных стандартах JPEG [9]. В работе был проведен анализ влияния точности представления данных в двоичной системе счисления при вычислениях в формате чисел с фиксированной точкой для получения высокого качества изображений после обработки методом Винограда.

Методы вейвлет-фильтрации изображений с децимацией

Стандартное вейвлет-преобразование выполняет фильтрацию сигналов, в котором используются фильтры четного порядка. Одномерная вейвлет-фильтрация по строкам прямым методом выполняется по следующей формуле:

$$\tilde{I}(m, n) = \sum_{i=0}^{l-1} I(m, n-i)C(i),$$

где I и \tilde{I} – исходное и обработанное изображения с количеством строк m и столбцов n , C – коэффициент фильтра порядка l . Фильтрация изображения при вейвлет-обработке выполняется по двум вычислительным каналам:

1. По низкочастотному фильтру LD ;
2. По высокочастотному фильтру HD .

После выполнения свертки по каждому фильтру выполняется децимация с шагом 2. Результатом обработки является низкочастотное \tilde{I}_{LD} и высокочастотное \tilde{I}_{HD} изображения. На рис. 1 показана схема выполнения вейвлет-фильтрации прямым методом.

Коэффициенты фильтра Ле-Галла в виде передаточной функции для выполнения вейвлет-преобразования прямым методом выглядят следующим образом:

$$H_{LD}(z) = \frac{1}{4}(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}); \quad (1)$$

$$H_{HD}(z) = \frac{1}{4}(-1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3}). \quad (2)$$

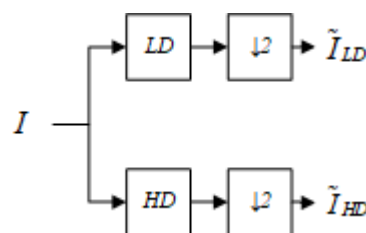


Рис. 1. – Схема прямого метода одномерной вейвлет-фильтрации изображения с децимацией

Другой способ обработки вейвлет-фильтрации – схема лифтинга. Данный метод широко используется в обработке изображений, сжатии данных, фильтрации шумов и других задачах цифровой обработки сигналов.

Суть схемы лифтинга заключается в следующем: на первом этапе исходный сигнал делится на две части: четную I_a и нечетную I_b . Это можно сделать простым чередованием элементов массива. На втором этапе производится попытка предсказать значения нечетной части на основе значений четной части. Это выполняется с помощью некоторого предсказывающего оператора P . Результатом вычисления будет низкочастотное изображение \tilde{I}_{LD} . На третьем этапе обновляются значения четной части с учетом ошибок предсказания. Для этого используется оператор обновления U . В результате вычислений в данном операторе получается высокочастотное изображения \tilde{I}_{HD} . Схема лифтинга представлена на рис.2.

Коэффициенты фильтра Ле-Галла для схемы лифтинга в виде передаточной функции выглядят следующим образом:

$$H_{LD}(z) = \frac{1}{2}(-1 + 2z^{-1} - z^{-2}); \quad (3)$$

$$H_{HD}(z) = \frac{1}{8}(-1 - 2z^{-1} + 6z^{-2} - 2z^{-3} - z^{-4}). \quad (4)$$

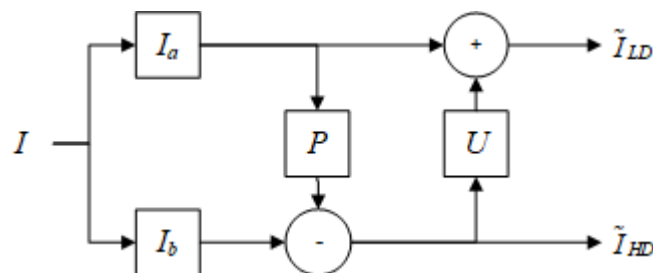


Рис. 2. – Лифтинговая схема одномерной вейвлет-фильтрации изображения

Альтернативным прямому методу способом вейвлет-обработки изображения является метод Винограда [10]. Одномерная вейвлет-фильтрация по методу Винограда выполняется по формуле:

$$\tilde{I} = A^T ((GK) \otimes (B^T I)),$$

где \tilde{I} – фрагмент обработанного изображения (размер), A^T , G и B^T – матрицы преобразования, K – коэффициенты фильтра, \otimes – оператор поэлементного умножения матриц, I – фрагмент исходного изображения. Для обработки определенного количества фрагментов изображения и порядка фильтра матрицы преобразования A^T , G и B^T будут различаться. В работе [11] описаны алгоритмы для их вычислений. Произведение GK вычисляется заранее с соответствующими анализирующими фильтрами. Для выполнения вейвлет-преобразования с децимацией по методу Винограда, изображение разделяется на две части: изображение с четными I_a и нечетными I_b частями сигналов, как в схеме лифтинга. Далее, выполняется операция умножения параллельно между разделенными сигналами и матрицей B^T . На следующем шаге выполняется поэлементное умножение на соответствующие фильтры для нечетных сигналов $GK_{LD,odd}$, $GK_{HD,odd}$ и четных сигналов $GK_{LD,even}$, $GK_{HD,even}$. Полученные результаты умножаются на матрицу A^T по каждому вычислительному каналу. На последнем шаге вейвлет-преобразования выполняется сложение соответствующих обработанных низкочастотных сигналов ($\tilde{I}_{LD,odd}$ и $\tilde{I}_{LD,even}$) и высокочастотных сигналов ($\tilde{I}_{HD,odd}$ и $\tilde{I}_{HD,even}$). Схема вейвлет-фильтрации изображения с децимацией по методу Винограда представлена на рис. 3.

Произведение матрицы G и коэффициентов фильтра Ле-Галла для обработки изображения вейвлет-преобразованием по методу Винограда с децимацией выглядят следующим образом:

1. Для обработки фрагмента из 2 пикселей:

$$GK_{LD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 1 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{LD,even} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & 1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{HD,odd} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{HD,even} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

2. Для обработки фрагмента из 3 пикселей:

$$GK_{LD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{LD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{HD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{HD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

3. Для обработки фрагмента из 4 пикселей:

$$GK_{LD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{12} & \frac{7}{24} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{LD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{12} & \frac{5}{24} & \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{HD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{6} & -\frac{5}{24} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}, GK_{HD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} & \frac{1}{24} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

4. Для обработки фрагмента из 5 пикселей:

$$GK_{LD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & \frac{7}{96} & -\frac{5}{96} & \frac{3}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{LD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{5}{96} & \frac{1}{96} & \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{HD,odd}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & -\frac{1}{12} & \frac{1}{6} & -\frac{5}{96} & \frac{7}{96} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix},$$
$$GK_{HD,even}^T = \begin{pmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{96} & \frac{5}{96} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Анализ влияния точности вейвлет-преобразования на качество обработки изображений

Для выполнения вейвлет-преобразования по методу Винограда предлагается использовать формат вычислений с фиксированной точкой. Достоинствами данного формата являются высокая точность вычислений для небольших диапазонов чисел, быстрое выполнение вычислений и простота реализации. Однако, существуют и недостатки, одним из которых является проблема с точностью при вычислениях дробных чисел, особенно когда они

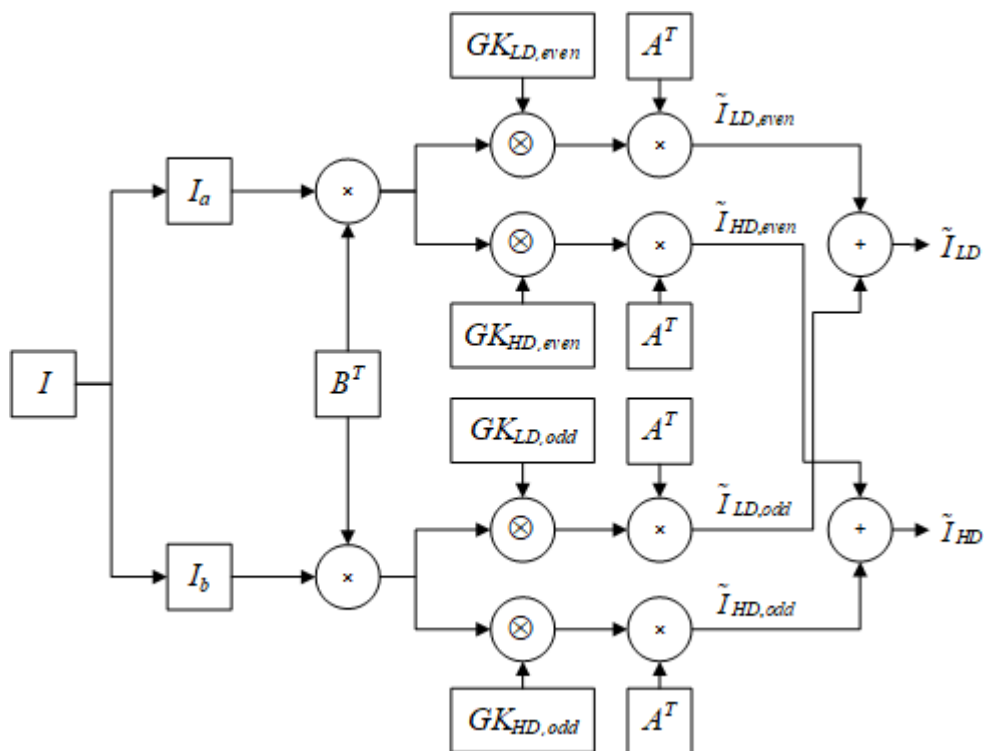


Рис. 3. – Схема одномерной вейвлет-фильтрации изображения с децимацией по методу Винограда

делятся на числа, отличные от степеней двойки. Вычисления с такими дробями приводят к потере точности, так как некоторые дроби могут иметь бесконечное количество знаков после точки в двоичной записи. Для повышения точности используют различные методы, такие как увеличение количества бит для хранения дробной части или использование специальных форматов чисел.

В данной работе предлагается определить число бит для дробной части, чтобы получить высококачественные низкочастотные и высокочастотные изображения. Для измерения качества полученных изображений использовалась метрика пикового отношения сигнала к шуму (peak signal-to-noise ratio, PSNR), которая вычисляется по формуле 5:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{MAX_I^2}{MSE} \right), \quad (5)$$

где MAX_I — это максимальное значение пикселя изображения, MSE — средняя квадратичная ошибка, которая вычисляется по формуле 6:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |I(m,n) - \tilde{I}(m,n)|^2. \quad (6)$$

Качество обработки считается высоким, если PSNR между обработанными изображениями составляет 40 дБ и выше [12].

Эксперимент

Программный эксперимент был проведен в среде Matlab версии R2021b. Для моделирования было использовано изображение размера 7680×4320 пикселей с глубиной цвета 8 бит и 3 цветовыми каналами RGB (рис.4а). Для оценки качества полученных изображений были выполнены сравнения с изображениями без потери точности вычислений (рис. 4б-в). Результаты моделирования методом Винограда для обработки 4 и 5 пикселей приведены в таблицах 1–2. Значения полученных высокочастотных компонентов изображения каждого цветового канала пикселя увеличены на 128 для лучшего визуального восприятия. Полученные обработанные изображения представлены на рис. 4г-л.

Можно заметить, что для обработки из 2 и 3 пикселей по методу Винограда, значения всех коэффициентов фильтра являются степенью двойки до 2 знаков после запятой. Следовательно, достаточно использовать 2 бита для дробной части, чтобы получить обработанные изображения без потери качества. Результаты в таблицах показывают, что для получения высококачественных низкочастотных и высокочастотных изображений с обработкой 4 пикселей следует использовать 4 бита. Использование метода Винограда для обработки 5 пикселей позволяет получить качественные изображения при использовании 7 бит.

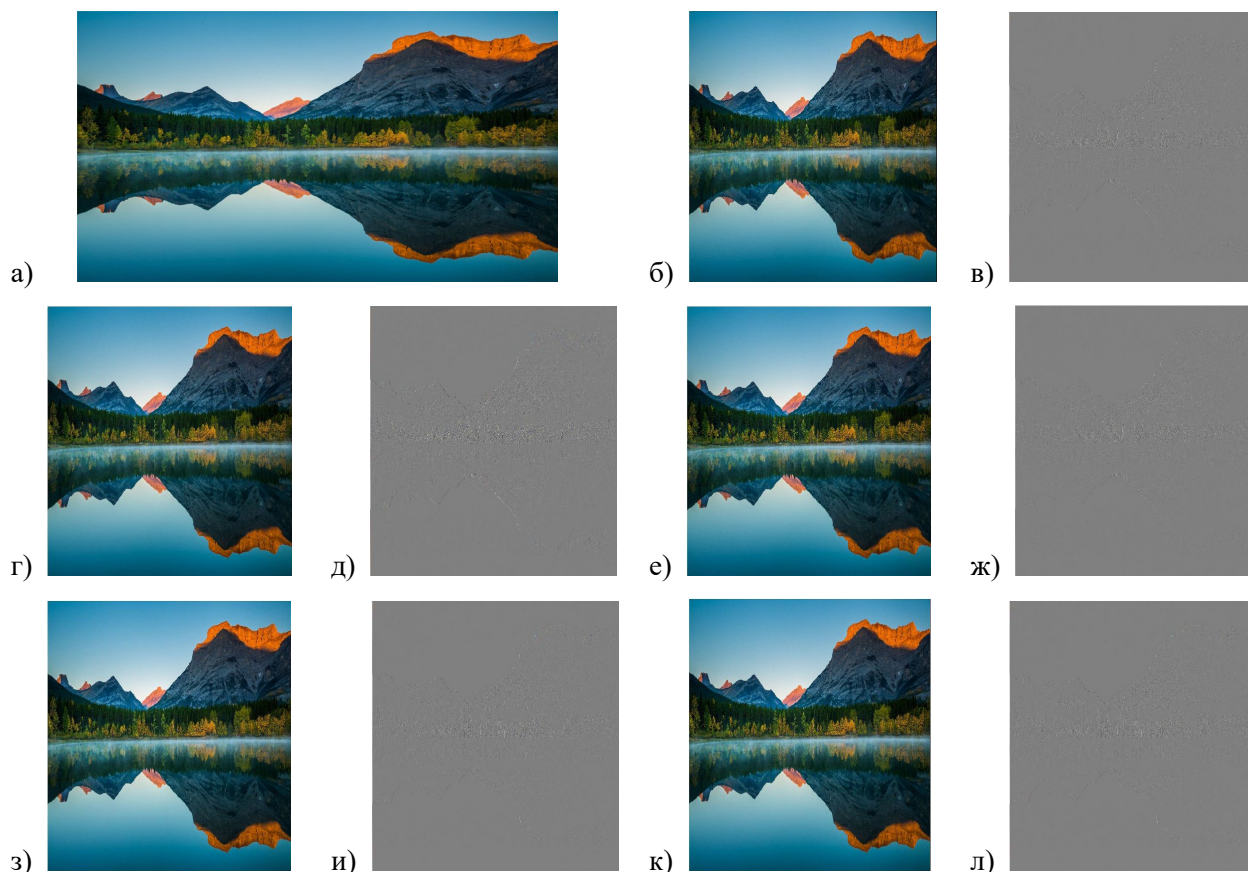


Рис. 4. – а) исходное изображение, б) низкочастотное изображение без потери точности вычислений ($PSNR = \infty$), в) высокочастотное изображение без потери точности вычислений ($PSNR = \infty$), г) низкочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и 3 битами для дроби ($PSNR = 45,5429$), д) высокочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и 3 битами для дроби ($PSNR = 37,8083$), е) низкочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и 4 битами для дроби ($PSNR = 51,5465$), ж) высокочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и 4 битами для дроби ($PSNR = 44,6248$), з) низкочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и 6 битами для дроби ($PSNR = 36,8719$), и) высокочастотное изображение в оттенках серого с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и 6 битами для дроби ($PSNR = 42,6381$), к) низкочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и для дроби ($PSNR = 48,3600$), л) высокочастотное изображение в оттенках серого с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и 7 битами для дроби ($PSNR = 53,2195$)

Таблица № 1

Результаты моделирования метода Винограда для обработки 4 пикселей

Число бит для дробной части	Декомпозированное изображение	
	PSNR LD, дБ	PSNR HD, дБ
3	45,5429	37,8083
4	51,5465	44,6248

Таблица № 2

Результаты моделирования метода Винограда для обработки 5 пикселей

Число бит для дробной части	Декомпозированное изображение	
	PSNR LD, дБ	PSNR HD, дБ
6	36,8719	42,6381
7	42,5164	47,0264

Заключение

В статье был проведен анализ влияния точности вейвлет-обработки для задачи сжатия изображений с применением метода Винограда и коэффициентов фильтра Ле-Галла. Результаты моделирования показали, что выполнение дискретного вейвлет-преобразования данным методом достаточно использовать 2 двоичных знака после запятой для обработки 2 и 3 пикселей одновременно без потери точности. Для получения качественных изображений после обработки методом Винограда группой из 4 и 5 пикселей достаточно использовать 4 и 7 бит, соответственно. Предлагаемый метод может быть использован для выполнения сжатия изображений в системах обработки изображений. Перспективным направлением дальнейшего исследования является разработка аппаратных ускорителей предлагаемого метода сжатия изображения.

Литература

1. Ляшева М.М., Ляшева С.А., Трегубов В.М., Шлеймович М.П. Метод сжатия изображений на основе анализа весов детализирующих коэффициентов вейвлет-преобразования // Инженерный вестник Дона. 2024. №10. URL: ivdon.ru/en/magazine/archive/n10y2024/9574.
 2. Guo T., Zhang T., Lim E., López-Benítez M., Ma F., Yu L. A Review of Wavelet Analysis and Its Applications: Challenges and Opportunities // IEEE Access. 2022. №10. С. 58869-58903.
 3. Meyer A., Brand F., Kaup A. Learned Wavelet Video Coding Using Motion Compensated Temporal Filtering // IEEE Access. 2023. №11. pp. 113390-113401.
 4. Sahoo G.R., Freed J.H., Srivastava M. Optimal Wavelet Selection for Signal Denoising // IEEE Access. 2024. №12. pp. 45369-45380.
 5. Stokfiszewski, K., Wieloch, K., Yatsymirskyy, M. An efficient implementation of one-dimensional discrete wavelet transform algorithms for GPU architectures // The Journal of Supercomputing. 2022. №78. pp. 11539–11563.
 6. Seidel H.B., da Rosa M.M.A., Paim G., da Costa E.A.C., Almeida S.J.M., Vampi S. Approximate Pruned and Truncated Haar Discrete Wavelet Transform VLSI Hardware for Energy-Efficient ECG Signal Processing // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2021. №68. pp. 1814-1826.
 7. Gyanendra, Chiluveru S.R., Raman B., Tripathy M., Kaushik B.K. Memory Efficient Architecture for Lifting-Based Discrete Wavelet Packet Transform // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. 2021. №68. pp. 1373-1377.
 8. Ляхов П.А., Нагорнов Н.Н., Семёнова Н.Ф., Абдулсалямова А.Ш. Вейвлет-обработка изображений при свертке с шагом методом Винограда с низкой задержкой // Инженерный вестник Дона. 2023. №11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/.
-

9. Rao K.R., Domínguez H. O., Subbarayappa S. JPEG Series. 1 изд. Gistrup, Denmark: River Publisher, 2021. 346 с.
10. Winograd S. Arithmetic Complexity of Computations. Arithmetic Complexity of Computations. 1 изд. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1980. p. 96.
11. Lyakhov P., Abdulsalyamova A., Semyonova N., Nagornov N. On the Computational Complexity of 2D Filtering by Winograd Method. 11th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). Budva, Montenegro. 2022. С. 1-4.
12. Rao K.R., Yip P.C. The Transform and Data Compression Handbook. 1 изд. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2001. p. 399.

References

1. Lyasheva M.M., Lyasheva S.A., Tregubov V.M., Shleymovich M.P. Inzhenernyj vestnik Dona. 2024. № 10. URL: ivdon.ru/en/magazine/archive/n10y2024/9574.
2. Guo T., Zhang T., Lim E., López-Benítez M., Ma F., Yu L. A Review of Wavelet Analysis and Its Applications: Challenges and Opportunities. IEEE Access. 2022. №10. pp. 58869-58903.
3. Meyer A., Brand F., Kaup A. Learned Wavelet Video Coding Using Motion Compensated Temporal Filtering. IEEE Access. 2023. №11. pp. 113390-113401.
4. Sahoo G.R., Freed J.H., Srivastava M. Optimal Wavelet Selection for Signal Denoising. IEEE Access. 2024. №12. pp. 45369-45380.
5. Stokfiszewski K., Wieloch K., Yatsymirsky M. An efficient implementation of one-dimensional discrete wavelet transform algorithms for GPU architectures. The Journal of Supercomputing. 2022. №78. pp. 11539–11563.
6. Seidel H.B., da Rosa M.M.A., Paim G., da Costa E.A.C., Almeida S.J.M., Bampi S. Approximate Pruned and Truncated Haar Discrete Wavelet Transform VLSI Hardware for Energy-Efficient ECG Signal Processing. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2021. №68. pp. 1814-1826.



7. Gyanendra, Chiluveru S.R., Raman B., Tripathy M., Kaushik B.K. Memory Efficient Architecture for Lifting-Based Discrete Wavelet Packet Transform. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. 2021. №68. pp. 1373-1377.
8. Lyakhov P., Nagornov N., Semyonova N., Abdulsalyamova A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023. №11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/.
9. Rao K.R., Domínguez H.O., Subbarayappa S. JPEG Series. 1st ed. Gistrup, Denmark: River Publisher, 2021. 346 p.
10. Winograd S. Arithmetic Complexity of Computations. Arithmetic Complexity of Computations. 1st ed. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1980. 96 p.
11. Lyakhov P., Abdulsalyamova A., Semyonova N., Nagornov N. On the Computational Complexity of 2D Filtering by Winograd Method. 11th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). 2022. Budva, Montenegro. pp. 1-4.
12. Rao K.R., Yip P.C. The Transform and Data Compression Handbook. 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2001. 399 p.

Дата поступления: 10.01.2025

Дата публикации: 25.02.2025