



## Исследование математической модели резервирования информационной системы

*И.В. Зайцева, А.Н. Ермакова, Д.В. Гайчук, Д.Н. Резеньков, Д.В. Шлаев*

*Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь*

**Аннотация:** В данной работе были рассмотрены основные проблемы при выборе оптимального резервирования информационных систем. Приведен алгоритм оптимизации резервированной информационной системы. Определены основные положения разработки математической модели резервирования информационной системы. Приведен и проиллюстрирован пример расчета основных характеристик надежности резервированной информационной системы.

**Ключевые слова:** математическая модель, моделирование, резервирование, информационная система.

В развитии информационных систем (ИС) на современном этапе выделяются следующие основные направления: создание надежных аппаратных и программных средств компьютерной техники; суперкомпьютеров большой производительности; интеллектуальных систем с высокой степенью интеллекта; масштабных компьютерных сетей с банками данных большой емкости; массовых персональных компьютеров; микропроцессорных средств управления различного назначения [1].

Проблема надежности вычислений и достоверности их результатов в ИС была актуальна всегда. Но при небольших объемах и скоростях вычислений, а также при решении несложных задач отдельные неточные результаты можно было сразу обнаружить. При этом они не причиняли особого вреда. Неисправность компьютеров в то время нетрудно было устранить.

На сегодняшний день надежность является главным показателем современной техники [2]. От надежности зависят такие показатели, как качество, эффективность, безопасность, риск, готовность и т. д.

Резервирование является одним из методов обеспечения надежности. При помощи резервирования можно добиться максимально возможных

---



значений выбранных параметров надежности системы при ограниченных затратах на введение резервных элементов [3].

Резервирование является одним из простых и достаточно эффективных методов повышения надежности информационной системы. Однако при резервировании возникает задача не только обеспечить заданные показатели надежности, но добиться этого как можно более экономично, с наименьшими суммарными затратами на резервные элементы для системы в целом, либо при заданных ресурсных ограничениях достичь максимально возможной надежности [4].

Рассмотрим проблемы, с которыми сталкивается пользователь информационной системы при выборе оптимального резервирования [5].

Одной из проблем оптимального резервирования является определение количества резервных элементов при заданном числе ремонтников.

Второй проблемой оптимального резервирования является определение количества ремонтников при заданном количестве резервных элементов.

И наконец, третьей проблемой является определение фактического количества резервных элементов и фактического количества ремонтников, чтобы надежность системы достигала требуемого значения, а ее стоимость была минимальной.

Для построения математической модели резервирования информационной системы необходимо учитывать следующие предположения [6]:

- время безотказной работы элементов имеет произвольное распределение;
  - восстановление элементов осуществляется заменой новыми элементами;
-



- время восстановления отказавших элементов имеет произвольное распределение;
- во время восстановления системы все остальные элементы выключаются из работы и не расходуют свой ресурс;
- все отказы статически независимы;
- при восстановлении элемента из подсистемы с ненагруженным резервом он становится в ненагруженный резерв;
- переключающее на резерв устройство производится по прямому приоритету;
- восстановление отказавших элементов производится по прямому приоритету;
- отказавшие элементы из разных подсистем могут ремонтироваться одновременно.

Алгоритм оптимизации резервированной информационной системы состоит из следующих этапов [7-9]:

1. Определить количество подсистем в резервированной системе.
2. Определить элементы подсистем, нуждающиеся в резервировании.
3. Рассчитать показатели надежности для этих элементов.
4. Рассчитать функцию готовности системы.
5. Рассчитать стоимость системы резервирования.
6. Определить количество основных элементов и количество ремонтных единиц для каждой подсистемы.

Рассмотрим на примере применение алгоритма для расчетов надежности резервированных информационных систем.

Пусть дана резервированная информационная система с постоянным резервом кратности  $m = 2$ . Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа  $\lambda = 0,05 \text{ час}^{-1}$ . Найдем основные показатели надежности системы: вероятность безотказной работы, плотность

---



распределения времени до отказа, интенсивность отказа, среднее время безотказной работы.

Для нахождения показателей надежности резервированной системы с постоянно включенным резервом воспользуемся формулами [10]:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \quad (1)$$

$$f_c(t) = (m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m, \quad (2)$$

$$\lambda_c(t) = \frac{(m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}. \quad (3)$$

На основании формул (1)-(3), получим:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1} = 1 - (1 - e^{-0,05t})^3,$$

$$f_c(t) = (m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m = 3 * 0,05 e^{-0,05t} (1 - e^{-0,05t})^2,$$

$$\lambda_c(t) = \frac{(m + 1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} = \frac{0,15 e^{-0,05t} (1 - e^{-0,05t})^2}{1 - (1 - e^{-0,05t})^3} = \frac{0,15(1 - e^{-0,05t})^2}{3 - 3e^{-0,05t} + e^{-0,1t}}.$$

Рассчитанные таким образом показатели надежности резервированной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования  $m = 2$  представлены в таблице № 1.

Таблица № 1

Показатели надежности резервированной информационной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования  $m = 2$ .

t, час	$P_c(t)$	$f_c(t)$	$\lambda_c(t)$
0	1	0	0
5	0,989177	0,005716	0,005778
10	0,939084	0,014085	0,014999
15	0,853108	0,019726	0,023122
20	0,747420	0,022049	0,029501
25	0,636777	0,021978	0,034357
30	0,531138	0,020200	0,038031
35	0,435977	0,015177	0,042930
40	0,353538	0,015177	0,042930
45	0,284042	0,012653	0,044546

50	0,226594	0,010374	0,045784
55	0,179785	0,008402	0,046736
60	0,142048	0,006743	0,047469
65	0,111871	0,005374	0,048036
70	0,087884	0,004260	0,048475
75	0,068907	0,003364	0,048815
80	0,053947	0,002648	0,049079
85	0,042185	0,002079	0,049283
90	0,032958	0,001630	0,49442
95	0,025731	0,001275	0,49566
100	0,020078	0,000997	0,49662

На рис. 1 изображен график изменения вероятности безотказной работы резервированной информационной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования  $m = 2$ . Из графика, показанного на рисунке 1, видно, что вероятность безотказной работы резервированной системы с постоянно включенным резервом и кратностью резервирования  $m = 2$  уменьшается с течением времени  $t$ .

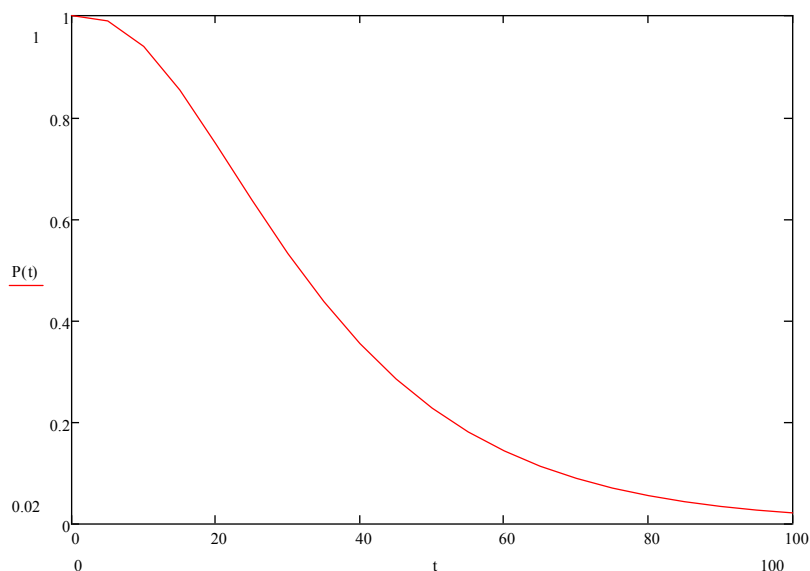


Рис.1 – Вероятность безотказной работы резервированной системы с постоянно включенным резервом

По графику, приведенному на рис. 2 видно, что интенсивность отказов резервированной системы с постоянно включенным резервом и

кратностью резервирования  $m = 2$  возрастает со временем  $t$ . В свою очередь, распределение времени до отказа вначале резко возрастает, а после времени  $t = 23$ , постепенно снижается.

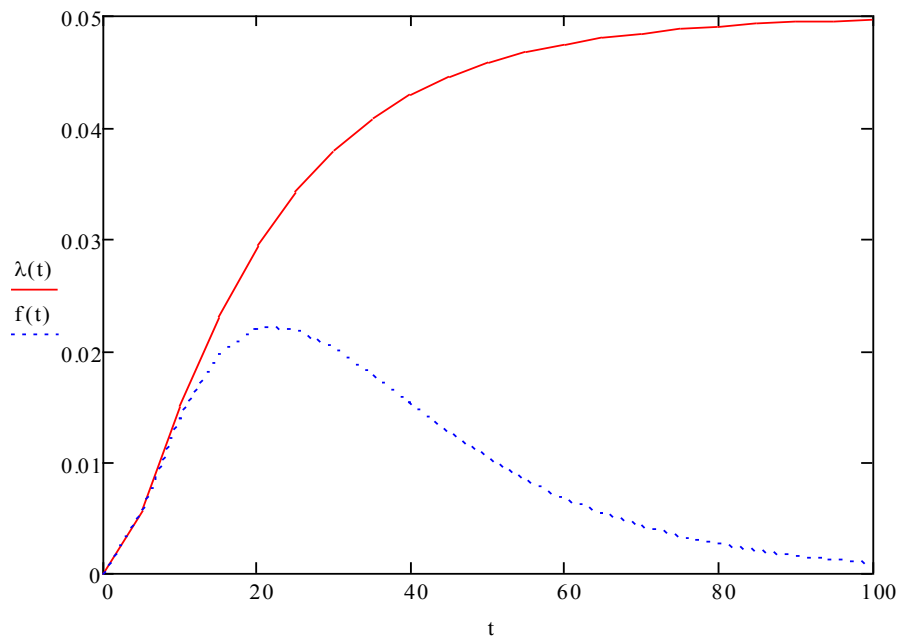


Рис. 2 – Интенсивность и распределение времени до отказа резервированной системы с постоянно включенным резервом  
Рассчитаем среднее время безотказной работы:

$$T_{lc} = \frac{1}{\lambda} \sum_k \frac{1}{k} = 20(1 + 1/2 + 1/3) = 36,7 \text{ час.}$$

Рассмотрим теперь резервированную систему с резервом замещением кратности  $m = 2$ . Элементы системы имеют постоянную интенсивность отказа  $\lambda = 0,05 \text{ час}^{-1}$ . Рассчитаем основные показатели надежности системы: вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы. Сравним вероятность безотказной работы  $P_c(t)$  с постоянно включенным резервом, вычислив его по формуле



$$P_c(t) = \sum_{j=0}^m \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} = \left(1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2}\right) e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Данные по вероятности безотказной работы системы при резервировании замещением и резервированной системы с постоянно включенным резервом представлены в таблице 2.

Таблица № 2

Вероятность безотказной работы системы при различных видах резервирования

t, час	Резерв замещением	Постоянный резерв
0	1	1
10	0,985316	0,939084
20	0,919699	0,74742
30	0,808847	0,531138
40	0,676676	0,353538
50	0,543813	0,226594
60	0,42319	0,142048
70	0,320847	0,087884
80	0,238103	0,053947
90	0,173578	0,032958
100	0,124652	0,020078
110	0,088376	0,01221
120	0,061969	0,007418
130	0,043036	0,004504
140	0,029636	0,002733
150	0,020257	0,001658
160	0,013754	0,001006
170	0,009283	0,00061
180	0,006232	0,00037

Из рис. 3 видно, что резервирование замещением дает больший эффект для повышения надежности, чем резервирование с постоянно включенным резервом. С точки зрения увеличения вероятности безотказной работы резервирование замещением более эффективно, чем с постоянно включенным резервом.

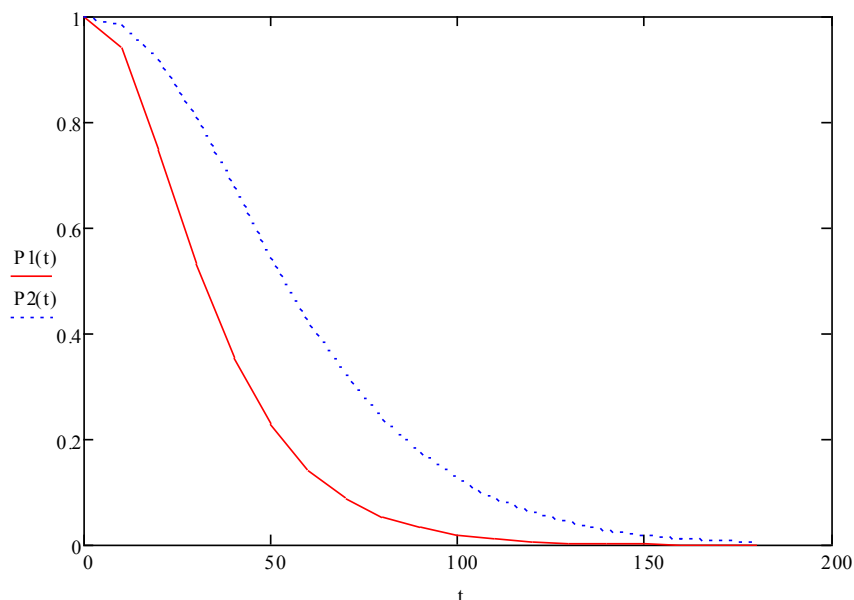


Рис. 3 – Вероятность безотказной работы для резерва замещением (кривая 1) и для постоянно включенного резерва (кривая 2)

Вычислим среднее время безотказной работы для резерва замещением по формуле

$$T_1 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \sum_{i=0}^m T_{1i}, \quad (5)$$

получим

$$T_{1c} = 3T_1 = 3 * 20 = 60 \text{ час.}$$

Таким образом, надежность системы тем выше, чем мельче масштаб резервирования; отдельное резервирование дает больший эффект для повышения надежности, чем общее. С точки зрения увеличения вероятности безотказной работы отдельное резервирование более эффективно, чем общее.

### Литература

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.





2. Ушаков И.А. Курс теории надежности систем: учеб. пособие для вузов. М.: Дрофа, 2008. 239 с.

3. Гук Ю. Б., Карпов В. В., Лapidус А. А. Теория надежности. Введение: учебное пособие. СПб.: СПбГПУ, 2009. 171 с.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.

5. Сироткин А.В. Модель системы трёхуровневого обеспечения информационного взаимодействия в АСУ // Инженерный вестник Дона. 2012. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187).

6. Пономарева Е.И. Совершенствование процесса обработки данных при помощи облачных вычислений // Инженерный вестник Дона. 2012. № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628).

7. Гусева Л.Л., Зайцева И.В. Методы резервирования механизмов защиты для повышения отказоустойчивости системы защиты информации // Информационное противодействие угрозам терроризма. 2010. №14. С. 102-106.

8. Зайцева И.В., Романкова М.В., Аверичкин П.А. К вопросу о надежности информационной системы // Актуальные проблемы информатизации современного общества. Ставрополь: ООО "Мир данных", 2007. С. 123-126.

9. Malafeyev, O.A., E.G. Neverova, S.A. Nemnyugin and G.V. Alferov, 2014. Multi-criteria model of laser radiation control. 2nd International Conference on Emission Electronics (ICEE), Saint Petersburg state University, pp: 33-37.

10. Alferov, G.V., O.A. Malafeyev and A.S. Maltseva, 2015. Programming the robot in tasks of inspection and interception. International Conference on Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, Saint Petersburg state University, pp: 710-713.



## References

1. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovy teorii nadezhnosti. [Fundamentals of reliability theory.] SPb.: BHV-Peterburg, 2006. 702 p.
2. Ushakov I.A. Kurs teorii nadezhnosti sistem: ucheb. posobie dlja vuzov. [Course of the theory of reliability of systems: proc. the manual for high schools.]M.: Drofa, 2008. 239 p.
3. Guk Ju. B., Karpov V. V., Lapidus A. A. Teorija nadezhnosti. Vvedenie: uchebnoe posobie. [The theory of reliability. Introduction: study guide.] SPb.: SPbGPU, 2009. 171 p.
4. Gmurman V.E. Teorija veroyatnostej i matematicheskaja statistika: uchebnoe posobie dlja vuzov. [Probability theory and mathematical statistics: textbook for universities.]M.: Vysshaja shkola, 2003. 479 p.
5. Sirotkin A.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1187).
6. Ponomareva E.I. Improving the process of data processing using cloud computing. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/628).
7. Guseva L.L., Zajceva I.V. Informacionnoe protivodejstvie ugrozam terrorizma. 2010. №14. pp. 102-106.
8. Zajceva I.V., Romankova M.V., Averichkin P.A. Stavropol. OOO "Mir dannyh", 2007. pp. 123-126.
9. Malafeyev, O.A., E.G. Neverova, S.A. Nemnyugin and G.V. Alferov, 2014. 2nd International Conference on Emission Electronics (ICEE), Saint Petersburg state University, pp. 33-37.
10. Alferov, G.V., O.A. Malafeyev and A.S. Maltseva, 2015. Programming the robot in tasks of inspection and interception. International Conference on Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading, Saint Petersburg state University, pp. 710-713.