Сравнение моделей редукции измеряемых пакетных сигналов в системах мониторинга и диагностики

А.В. Седов[1], Н.И. Горбатенко[1], К.О. Жариков[1], А.В. Пашковский[2]

[1]Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, Новочеркасск
[2]Северо-Кавказский федеральный университет, Невинномысск

Аннотация: В системах мониторинга, диагностики и распознавания состояния важным аспектом является уменьшение объема данных измеренных сигналов для их передачи или накопления в информационных базах с возможностью восстановления без существенных искажений. Особым видом сигналов при этом являются пакетные сигналы, которые представляют наборы гармоник с кратными частотами и с четко выделяемым периодом. Подобного вида сигналы характерны для механических, электромагнитных, электромеханических систем. Рассматривается ряд моделей редукции, в частности: модель дискретного преобразования Фурье с модифицированной формулой восстановления непрерывного сигнала, модель на основе разложения по окаймляющим функциям и модель дискретного косинусного преобразования. Сопоставление моделей осуществляется по вычислительной сложности, степени редукции, погрешности восстановления. Выявлены особенности и случаи эффективного применения каждой из моделей для пакетных сигналов.

Ключевые слова: модель редукции, измеренный пакетный сигнал, дискретное косинусное преобразование, разложение по окаймляющим функциям, оценка качества редукции.

Общие положения

В информационно измерительных системах измерение контролируемых сигналов объектов осуществляют с достаточно высокой частотой дискретизации, чтобы обеспечить учет всех основных гармонических составляющих, в том числе, высокочастотных. В случае диагностических задач, именно в этих составляющих часто содержится основная информация. Однако, для реализации задач передачи информации, накопления ее в массивах данных требуется осуществление редукции сигнала, то есть уменьшения объема без потери важной информационной составляющей [1-3]. К особому классу контролируемых сигналов относятся *пакетные* сигналы [3- 5], модель которых может быть представлена конечной суммой определяющих гармоник с кратными частотами:

$$x(t) = a_0/2 + \sum_{k=1}^{m} a_k \cos(\omega_k t + \varphi_k),\ \omega_i/\omega_j \in Z;\ \ i, j = \overline{1, m};\ \ \ i \neq j,$$

где a_k, ω_k, φ_k - амплитуды, частоты и фазы определяющих гармоник.

Важным является, что данные сигналы имеют четко выделенный период $T_S = T_O = 2\pi/\omega_1$, совпадающий с периодом первой основной гармоники. Подобные сигналы характерны для механических, электромеханических систем с вращающимися элементами, целого ряда электромагнитных систем и других.

В качестве основных моделей редукции пакетного сигнала рассмотрим: модель дискретного преобразования Фурье (ДПФ) с модифицированной формулой восстановления непрерывного сигнала [6,7], модель дискретного косинусного преобразования (ДКП) [6,7] и модель на основе разложения по окаймляющим функциям (РОФ) [8-10].

Модель редукции сигнала на основе ДПФ

В этом случае измеренные отсчеты $x_i = x(i\Delta t), i = \overline{0, N-1}$ исходного сигнала $x(t)$ в результате редукции заменяем комплексными отсчетами спектра, рассчитанными по формуле ДПФ [4-6]:

$$X(\omega_n) = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \exp(-j2\pi in/T_S),\ n = \overline{0, N-1},\ \ j = \sqrt{-1}.$$

При этом число ненулевых отчетов ДПФ $X(\omega_n) \neq 0$ для $n = \overline{0, N/2-1}$ совпадает с числом гармоник *m*, что значительно меньше числа отсчетов сигнала $m << N$. Отсчетам $X(\omega_n), n = \overline{0, N-1}$ присуще свойство комплексно-сопряженной симметрии и периодичности на всем частотном диапазоне [3-6]. Таким образом, по *m* комплексным значениям возможно полное восстановление исходного сигнала $x(t)$. Именно эти отсчеты используются для передачи или накопления в информационных базах. Характерной чертой использования ДПФ в этом случае является применение *модифицированной формулы* восстановления исходного непрерывного сигнала $x(t)$ [7]:

$$x(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{N}\sum\limits_{n=-N/2}^{N/2-1} X(\omega_n)\exp\left(j\dfrac{2\pi nt}{T_S}\right), & \text{при } N-\text{четном};\\ \dfrac{1}{N}\sum\limits_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} X(\omega_n)\exp\left(j\dfrac{2\pi nt}{T_S}\right), & \text{при } N-\text{нечетном}.\end{cases} \qquad (1)$$

Особенность этой формулы состоит в том, что восстановление непрерывного с

Данная модель редукции измеренного сигнала эффективна, если пакетный сигнал состоит из небольшого числа гармоник m, в этом случае для его представления требуется всего $2m$ действительных значений для хранения $X(\omega_n)$ и m значений для хранения номеров ненулевых гармоник. Степень редукции, характеризующая коэффициент уменьшения значений представления сигнала, равна $\eta = N/3m$. Вычислительная сложность характеризуется выполнением $2N^2$ операций комплексных умножений. Реализуется абсолютная точность восстановления в случае идеального сигнала без помех. Главный недостаток данной модели редукции – вычислительная сложность.

Модель редукции сигнала на основе ДКП

При передаче пакетов данных и уплотнении передаваемой цифровой информации широкое распространение получила модель редукции сигнала на основе использование *дискретного косинусного преобразования* [4-7], успешно применяемого для этих целей в цифровых аудио и видео системах.

ДКП отличается от ДПФ или разложения Фурье по косинусам [5,7]. Особенностью его является реализация такого преобразование сигнала $x_i = x(i\Delta t),\ i=\overline{0, N-1}$, обеспечивающего получение только действительных (не комплексных) коэффициентов разложения y_k и реализацию переноса основной энергии сигнала на начальные коэффициенты y_k. При этом значения y_k уменьшаются с ростом k. Это свойство объясняет широкое практическое применение ДКП в системах редукции одномерных и двумерных дискретных сигналов [3,5-7].

Прямое ДКП определяется формулой [5-7]:

$$y_k = \sqrt{\frac{2}{N}} c(k) \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cos\left(\frac{\pi k}{N}\left(i + \tfrac{1}{2}\right)\right), \quad k = \overline{0, N-1},$$

$$c(k) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, \text{ при } k = 0; \\ 1, \text{ при } k \neq 0. \end{cases}$$

Обратное ДКП имеет выражение [5-7]:

$$x_i = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{L-1} c(k) y_k \cos\left(\frac{\pi k}{N}\left(i + \tfrac{1}{2}\right)\right), \quad i = \overline{0, N-1}.$$

Данная модель редукции измеренного сигнала не столь эффективна, если пакетный сигнал состоит из небольшого числа гармоник m, так как в этом случае для представления сигнала требуется, как правило, число коэффициентов y_k значительно большее, чем m. Степень редукции $\eta = N/L$ при этом меньше, чем в предыдущей модели. Вычислительная сложность при этом меньшая и характеризуется выполнением $2N$ сверточных операций сигнала и функции косинус. При восстановлении сигнала всегда имеется погрешность, связанная с ограничением числа используемых коэффициентов y_k представления сигнала. Главные недостатки данной модели – наличие погрешности восстановления сигнала и не столь эффективная редукция.

Модель редукции сигнала на основе РОФ

Другим вариантом модели редукции пакетного сигнала $x(t)$ является модель, построенная на основе формулы разложения сигнала по окаймляющим функциям [8-10]. Особенность данной модели состоит в том, что при разложении не требуется, как вычисление спектра сигнала $X(\omega_n)$, так и коэффициентов разложения сигнала $x(t)$, типа y_k . В качестве коэффициентов разложения при этом выступают сами измеренные отсчеты сигнала $x_{l\cdot\Delta i}$, взятые с той или иной степенью прореживания $\Delta i = N/L$. Это значительно уменьшает вычислительную сложность и упрощает редукцию. Общий вид модели в этом случае:

$$x(t_i) = \sum_{l=0}^{L-1} x_{l\cdot\Delta i}\,\mathrm{sdf}\left(t_i/T_1 - l,\, L\right),\ \text{где}\ T_1 = T_S/L\,.$$

Окаймляющие функции $\mathrm{sdf}\left(t/T_1 - l, L\right)$, используемые в модели, представляют собой функцию, однократно рассчитанную для требуемых при восстановлении $x(t)$ моментов времени $t_i = T_S/N \cdot i$, $i = \overline{1, N-1}$ и при расчете в модели не пересчитываемую для каждого l-го слагаемого в сумме модели, а просто сдвигаемую по времени на l отсчетов. Возможны различные формы определения окаймляющей функции [8-10], но наиболее простая через сумму косинусов:

$$\mathrm{sdf}\left(t_i/T_1 - l, L\right) = \frac{1}{L} + \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\{L/2\}} \cos\left(2\pi n\left(\frac{t_i}{T_1} - l\right)/L\right),$$

где $\{L/2\}$ - обозначение целой части дроби.

Для реализации редукции в соответствии с этой моделью однократно определяется номер гармоники $n_{\max}$ в сигнале $x(t)$ с наивысшей частотой, по которой находим $L = 2n_{\max}$.

Данная модель редукции пакетного сигнала наиболее эффективна, если сигнал состоит из небольшого числа гармоник $m{=}n_{\max}$ компактно друг за другом расположенных в области низких частот. В этом случае для представления сигнала требуется L прореженных отсчетов сигнала $x_{l\cdot\Delta i}$. Степень редукции $\eta = N/L$ в этом случае даже выше, чем у модели на основе ДПФ. Вычислительная сложность при этом значительно меньшая и характеризуется: выполнением однократного вычисления окаймляющей функции и простейшего суммирования со взвешиванием при восстановлении. Реализуется абсолютная точность восстановления в случае идеального сигнала без помех. Главный недостаток данной модели – эффективность редукции снижается в случае разнесенности гармонических составляющих сигнала в частотном диапазоне.

Выводы

1. Все рассмотренные модели редукции пакетного сигнала эффективны в случаях конкретных особенностей сигналов.

2. Наиболее универсальной, реализующей высокую степень редукции и точность восстановления пакетного сигнала, является модель, построенная на основе ДПФ с модифицированной формулой восстановления сигнала.

3. Наивысшую степень редукции пакетного сигнала обеспечивает модель, построенная на основе окаймляющих функций, но для случая, когда гармоники сигнала компактно расположены в области низких частот.

4. Модель на основе дискретного косинусного преобразования наиболее эффективна для сигналов общего, не пакетного типа, когда в спектре сигнала присутствуют гармоники с некратными частотами. В этом случае эффективность двух других моделей резко снижается из-за эффекта растекания спектра.

Литература

1. Нечитайло Н.М., Панасов В.Л. Минимизация затрат при передаче информации по каналам сотовой связи // Инженерный вестник Дона, 2024, №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9282.

2. Алексеев В.В., Шоберг А.Г. Частотное разделение характеристик изображения в задачах сверхразрешения // Инженерный вестник Дона, 2024, №8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2024/9375.

3. Girod B., Rabenstein R., Stenger A. Signals and Systems. New York, John Wiley, 2009. 592 p.

4. Kuo M.S., Lee B.H. Real-Time Digital Signal Processing. New York, John Wiley, 2001. 503 p.

5. Mitra S.K. Digital signal processing. A Computer-Based Approach. New York, McGraw-Hill, 2000. 879 p.

6. Proakis J.G., Manolakis D.G. Digital Signal Processing. Principles, Algorithms, and Applications. New York, Prentice-Hill, 2000. 518 p.

7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.:Питер, 2002. 608 с.

8. Седов А.В. Моделирование объектов с дискретно-распределенными параметрами. М.:Наука, 2010. 438 с.

9. Седов А.В. Уточнение теоремы дискретизации и формулы восстановления сигналов по дискретным отсчетам // Известия вузов. Электромеханика. 2001. № 2. С. 52-59.

10. Седов А.В. Восстановление, фильтрация и аппроксимация дискретных сигналов с использованием матриц окаймляющих функций // Вестник ЮНЦ РАН. 2008. Т.4. № 4. С.83-89.

References

1. Nechitailo N.M., Panasov V.L. Inzhenernyj vestnik Dona, 2024, №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9282

2. Alekseev V.V., Shoberg A.G. Inzhenernyj vestnik Dona, 2024, №8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive//n8y2024/9375

3. Girod B., Rabenstein R., Stenger A. Signals and Systems. New York, John Wiley, 2009. 592 p.

4. Kuo M.S., Lee B.H. Real-Time Digital Signal Processing. New York, John Wiley, 2001. 503 p.

5. Mitra S.K. Digital signal processing. A Computer-Based Approach. New York, McGraw-Hill, 2000. 879 p.

6. Proakis J.G., Manolakis D.G. Digital Signal Processing. Principles, Algorithms, and Applications. New York, Prentice-Hill, 2000. 518 p.

7. Sergienko A.B. Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]. SPb.: Piter, 2002. 608 s.

8. Sedov A.V. Modelirovanie ob"ektov s diskretno-raspredelennymi parametrami [Modeling of objects with discretely distributed parameters]. M.: Nauka, 2010. 438 p.

9. Sedov A.V. Izvestiya vuzov. Elektromekhanika. 2001. № 2. pp. 52-59.

10. Sedov A.V. Vestnik YUNTS RAN. 2008. Vol.4. № 4. pp.83-89.

Дата поступления: 22.09.2024

Дата публикации: 31.10.2024