Алгоритм аппроксимации сложных поверхностей развертывающимися поверхностями

Т.В. Гончарова

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В данной научной статье рассматривается алгоритм аппроксимации кривых поверхностей сложной геометрической формы линейчатыми развертывающимися поверхностями. Анализируются представляющие интерес методы графического моделирования поверхности. Аргументируется необходимость применения различных способов моделирования сложных поверхностей в современном мире. Показано, что определенные алгоритмы аппроксимации линейчатых поверхностей могут быть востребованы при рациональном использовании расчетов на этапе конструирования широкого ряда изделий в строительстве, архитектуре и технике.
Ключевые слова: аппроксимация, алгоритм, линейчатые поверхности, моделирование, кривые линии, сечение поверхности, техническое конструирование.

Конструирование и проектирование изделий, строительных объектов связано с геометрическим моделированием поверхностей [1-3, 7-10]. Приближенная замена какой-либо сложной поверхности более простой представляет большой научный и практический интерес [4-7].

Поверхности, имеющие сложный математический закон образования или не имеющие вообще точного математического образования, обычно задают графически. Существуют два основных способа графического задания таких поверхностей: задание поверхности некоторым количеством точек, принадлежащих рассматриваемой поверхности, и задание поверхности семейством линий, лежащих на этой поверхности [1-3]. Последний способ более распространен и имеет несколько вариантов:

1.) *Топографический способ*. Поверхность, заданная проекцией семейства изогипс-линий, получающихся сечением поверхности плоскостями, расположенными на равных расстояниях друг от друга и параллельными плоскости проекций.

2.) *Способ параллельных сечений*. Секущие плоскости располагаются не обязательно на равных расстояниях друг от друга. Они обычно проходят через характерные точки поверхности. Кроме того, получаемые сечения располагаются на чертеже без проекционной связи. Следует отметить, что, зная расстояния между секущими плоскостями, эти сечения можно расположить и в проекционной связи, в виде комплексного чертежа или чертежа с числовыми отметками.

3.) *Способ конкурирующих поверхностей.* Поверхность задается комплексным чертежом семейства линий, получаемых от сечения поверхности параллельными плоскостями, расстояние между которыми произвольно и определяется конкретными техническими условиями.

4.) *Способ задания поверхности однопараметрическим семейством линий.* Задаются проекции некоторого однопараметрического семейства линий. В зависимости от параметра, линии могут быть и плоскими и пространственными. Часто однопараметрическое семейство линий задается аналитически, а затем строятся соответствующие графики, принимаемые за проекции семейства.

Кроме перечисленных способов графического задания поверхностей семейством линий, иногда поверхность задают проекциями некоторого числа независимых линий, являющимися характерными для данной поверхности. Эти линии обычно определяются конструктивными соображениями, технологическими условиями и т.п. [1, 2, 7, 9].

Исходя из данных способов графического задания поверхностей и из рассмотрения развертывающейся поверхности как огибающей однопараметрического семейства плоскостей, можно увидеть условия аппроксимации сложных поверхностей развертывающимися поверхностями.

Если поверхность задана проекциями некоторого количества точек, то в этом случае она аппроксимируется гранной поверхностью. Грани аппроксимирующей поверхности представляют собой треугольники, вершинами которых являются данные точки.

При задании поверхности семейством линий, любым из вышеперечисленных способов, каждые две смежные линии принимаются за пару направляющих развертывающейся поверхности, и вся заданная поверхность аппроксимируется кусками различных развертывающихся поверхностей. Очевидно, что если заданы *n*-линии, то поверхность аппроксимируется (*n*-1) кусками развертывающихся поверхностей [7, 8, 10].

Рассмотрим примеры аппроксимации поверхностей развертывающимися поверхностями.

а.) Пусть дан комплексный чертеж семейства линий *k1*, *k2*, *k3*, *k4*, располженных на поверхности некоторого переходного патрубка (рис. 1).

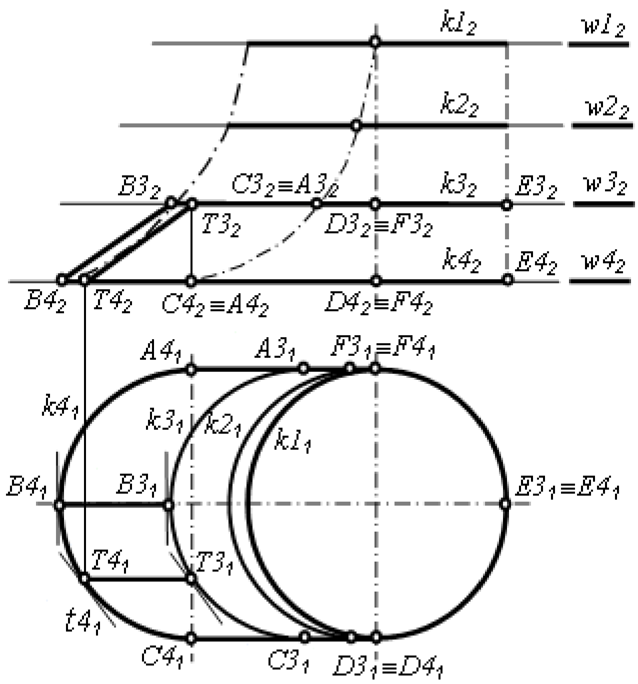

Рис. 1. Поверхность переходного патрубка

Данные линии получены сечением поверхности патрубка рядом горизонтальных плоскостей *w1*, *w2*, *w3*, *w4*. Каждые две смежные линии – *k1* и *k2*, *k2* и *k3*, *k3* и *k4*, принимаются за пару направляющих и строятся образующие соответствующих развертывающихся поверхностей. Взяв за пару направляющих линии *k3* и *k4*, построим горизонтальные проекции $t3_1$, $t4_1$ соответственных касательных прямых $t3_1$, $t4_1$ к кривым *k3*, *k4*. Причем, $t3_1$,

$t4_1$ будут параллельны, так как линии *k3* и *k4* лежат в параллельных плоскостях. По линии связи определяются фронтальные проекции *$T3_2$* и *$T4_2$* точек касания *T3* и *T4*. Соединив одноименные проекции этих точек, получим проекции образующей развертывающейся поверхности, для которой парой направляющих являются линии *k3* и *k4*. Затем строится пара касательных к линиям *k3* и *k4* по другому направлению и т.д.

Очевидно, что часть поверхности патрубка, заключенной между плоскостями *w3* и *w4*, будет аппроксимирована куском поверхности цилиндра вращения (*D3* – *E3* – *F3* – *F4* – *E4* – *D4*); другая часть – куском поверхности эллиптического наклонного цилиндра (*A3* – *B3* – *C3* – *C4* – *B4* – *A4*); и оставшаяся часть – двумя кусками плоскостей (*A3* – *F3* – *F4* – *A4* – *C3* *D3* – *D4* – *C4*). Подобным образом аппроксимируются и части поверхности патрубка, заключенные между плоскостями *w1* и *w2*, *w2* и *w3*.

б.) Некоторая поверхность обвода задана на комплексном чертеже проекциями ряда линий, лежащих на ней (рис. 2).

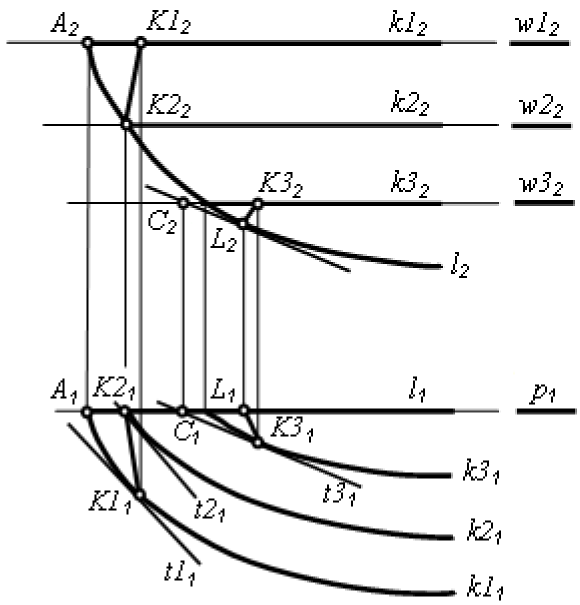

Рис. 2. Поверхность обвода

Линии *k1*, *k2* и *k3* получены сечением поверхности горизонтальными плоскостями *w1*, *w2*, *w3*, а линия *l* – фронтальной плоскостью *p*. Для аппроксимации такой поверхности за пары направляющих следует брать *k1* и *k2*, *k2* и *k3*, *k3* и *l*. В случае, когда за пары направляющих принимают линии *k1* и *k2*, *k2* и *k3*, построение образующих подобно построению в предыдущем примере. В случае кривых *k3* и *l* построение образующих производится следующим образом. В некоторой точке *K3* кривой *k3* строится касательная прямая и определяется точка *C* пересечения ее с плоскостью *w3*. Из этой точки *C* проводится прямая, касательная к кривой *k3*. Точки касания – *K3* и *L* – являются соответственными и прямая, их соединяющая, является искомой образующей. Если некоторая касательная *t2* к кривой *k2* в крайней точке *K2* этой кривой имеет соответствующую касательную *t1* в точке *K1* кривой *k1*, то оставшийся кусок *K2 – K1 – A* данной поверхности аппроксимируется конической поверхностью с вершиной в точке *K2* и направляющей *AK1*.

в.) Рис.3 представляет собой комплексный чертеж двух пространственных кривых.

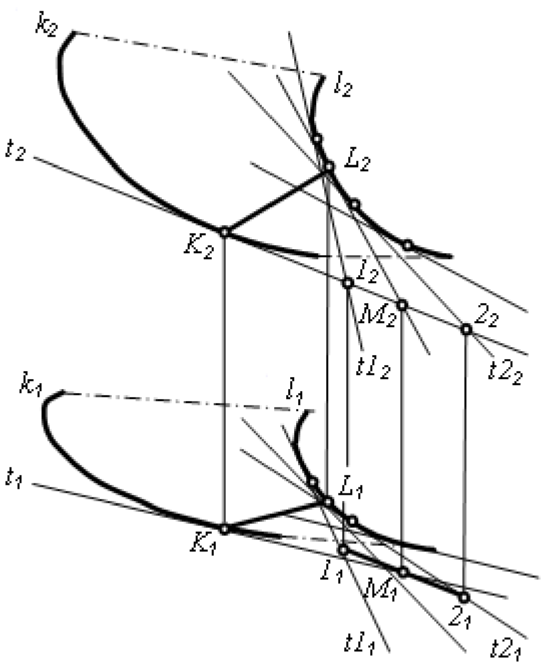

Рис. 3. Поверхность отвала плуга

Если эти кривые линии принять за пару направляющих, то можно образовать некоторую развертывающуюся поверхность. Такое задание и образование поверхности можно с успехом применять для задания и образования поверхности отвала плуга. Такое образование поверхности весьма гибко, дает широкие возможности в выборе той или иной поверхности (в зависимости от формы направляющих) и может лучшим образом удовлетворить не только технологические, но и эксплуатационные требования.

Способы формообразования и отображения поверхностей составляют основу инструментальной базы трехмерного моделирования. Таким образом, только из приведенных примеров видно широкое применение аппроксимации сложных поверхностей развертывающимися поверхностями в различных областях инженерной деятельности человека.

Литература

1. Фиников С. П. Теория поверхностей. Л.: Наука, 1934. 205 с.
2. Ильин В. А., Позняк Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 2004. 224 с.
3. Четвертухин Н.Ф. Методы геометрических построений. Москва, 1952. 147 с.
4. Гончарова Т.В. Алгоритм определения локальных характеристик кривых поверхностей // Инженерный вестник Дона, 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/ /magazine/archive/N2y2017/4167/.
5. Гончарова Т.В. Метод аппроксимации сложных поверхностей развертывающимися поверхностями // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. 2017. №5(38). URL: http://7universum.com/ru/tech/ /archive/item/4790/.
6. Замятин А.В., Замятина Е.А. Алгоритм построения развертки поверхностей // Инженерный вестник Дона, 2012, №4-2. URL: ivdon.ru/ru/ /magazine/archive/n4p2y2012/1233/.

7. Замятин А.В. Алгоритм построения точек пересечения нелинейчатых поверхностей // Инженерный вестник Дона, 2010, №3. URL: ivdon.ru/ru/ /magazine/archive/n3y2010/233/.

8. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Физматлит, 2006. 240 с.

9. Forsyth A. Lectures on the differential geometry of surfaces, Camdridge, 1920. 564 p.

10. Cesaro E. Vorlesungen uber naturliche Geometrie, Leipzig, 1901. 351 p.

References

1. Finikov C. P. Teoriya poverkhnostey [The Theory of surfaces]. Leningrad, 1934. 205 p.

2. Ilyin V. A., Poznyak G. Analiticheskaja geometrija [Analytical geometry]. Moscow, 2004. 224 p.

3. Chetvertukhin N. F. Metody geometricheskikh postroeniy [Methods of geometrical constructions]. Moscow, 1952. 147 p.

4. Goncharova T.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive//N2y2017/4167/.

5. Goncharova T.V. Universum: Technical science: electron scientific magazine. 2017. № 5(38). URL: 7universum.com/ru/tech/archive/item/4790/.

6. Zamyatin A.V., Zamyatina E.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4-2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1233/.

7. Zamyatin A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, №3. URL: ivdon.ru/ru/ /magazine/archive/n3y2010/233/.

8. Yefimov N.V. Kratkij kurs analiticheskoj geometrii [Short course of analytical geometry]. Moscow, 2006. 240 p.

9. Forsyth A. Lectures on the differential geometry of surfaces, Camdridge, 1920. 564 p.

10. Cesaro E. Vorlesungen uber naturliche Geometrie, Leipzig, 1901. 351 p.