

## Минимизация затрат при передаче информации по каналам сотовой связи

*Н.М. Нечитайло<sup>1</sup>, В.Л. Панасов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Российский университет транспорта*

<sup>2</sup>*Ростовский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** Рассмотрена задача планирования отправки сообщений в сети сотовой связи в пункты назначения с известными потребностями. Предполагается, что затраты на передачу информации с одной стороны пропорциональны передаваемым объёмам и стоимости передачи единицы информации по выбранным каналам связи в случаях превышения трафика, установленного договором с сотовым оператором, а с другой стороны связаны с фиксированной абонентской платой за использование каналов, не зависящей от объёма передаваемой информации. Показателем качества плана при такой постановке являются суммарные затраты на отправки всего запланированного объёма сообщений. Предложена процедура сведения сформулированной задачи к линейной транспортной задаче. Проведена оценка точности решения, получаемого на основе предложенного алгоритма.

**Ключевые слова:** функция единичного скачка, транспортная задача, критерий минимума суммарных затрат, вычислительная сложность алгоритма, доверительный интервал.

Рассматривается задача планирования отправки сообщений из  $m$  пунктов  $A_i$  ( $i=1..m$ ) в количестве  $a_i$  ( $i=1..m$ ) в  $n$  пунктов назначения  $B_j$  ( $j=1..n$ ) с потребностями  $b_j$  ( $j=1..n$ ). Будем считать, что каждый пункт назначения для передачи данных пользуется услугами своего сотового оператора, каждым из которых установлен свой лимит ежемесячного объёма передаваемой информации  $V_i$  (порядка 10 Гб), за который взимается фиксированная абонентская плата  $P_i$ . Если абонент превысит установленный лимит, то будет вынужден доплачивать определённую в договоре с сотовым оператором сумму  $c_i$  за каждую единицу «лишней» информации, например, за 1 Гб (как правило, в пределах 5-10 % от абонентской платы).

Задача в такой постановке [1] имеет место, например, в районных военных комиссариатах при пиковых нагрузках на сеть в период работы призывных комиссий. При этом предпочтение отдаётся передаче сообщений по каналам сотовой связи, которые с одной стороны обеспечивают

минимальное время доведения сообщений до абонентов, а с другой – позволяют отслеживать факт прочтения сообщения адресатом.

Обозначим за  $x_{ij}$  количество сообщений, передаваемых из  $i$ -го пункта отправки в  $j$ -й пункт назначения, а за  $v_{cp}$  - средний объём одного сообщения (например, в Мб). Тогда величину превышения лимита трафика  $i$ -го исходного пункта (пользующегося услугами  $i$ -го оператора сотовой связи) можно вычислить по формуле:

$$D_i = a_i v_{cp} - V_i. \quad (1)$$

Исходные данные можно представить в виде таблицы совмещающей в себе платёжную матрицу и матрицу перевозок классической транспортной задачи [2-4] (табл. 1).

Следует при этом обратить внимание на тот факт, что, в отличие от классической линейной транспортной задачи [5-7], где стоимости транспортировки единицы ресурса по каждому маршруту различны и обозначаются, как правило, в виде  $c_{ij}$ , платежи за превышение тарифного плана в рассматриваемой задаче в каждой строке одинаковы и обозначены как  $c_i$ .

Таблица 1 – Платёжная матрица

	$b_1$	...	$b_j$	...	$b_n$
$a_1$	$c_1$ $x_{11}$	...	$c_1$ $x_{1j}$	...	$c_1$ $x_{1n}$
...	...	...	...	...	...
$a_i$	$c_i$ $x_{i1}$	...	$c_i$ $x_{ij}$	...	$c_i$ $x_{in}$
...	...	...	...	...	...
$a_m$	$c_m$ $x_{m1}$	...	$c_m$ $x_{mj}$	...	$c_m$ $x_{mn}$

Таким образом общие затраты на передачу всего заданного количества сообщений складываются из оговоренной абонентской платы и оплаты за превышение лимита:

$$W(x_{ij}) = \sum_{i=1}^m (P_i + F_i(x_{ij})), \quad (2)$$

где  $F_i(x_{ij})$  - оплата  $i$ -му сотовому оператору только за превышение установленного в договоре лимита.

Вполне очевидно, что подобная постановка задачи предполагает применение для её решения известных методов решения задач с фиксированными доплатами. При этом приходится прибегать либо к линеаризации целевой функции [1, 8], поступаясь точностью решения (результат будет заведомо занижен по сравнению с реальной задачей), либо искать точное решение одним из комбинаторных методов, обладающих экспоненциальной вычислительной сложностью [9].

Для решения рассматриваемой задачи предлагается применить несколько иной подход и свести поиск оптимального плана к решению линейной транспортной задачи известными методами [3, 4].

Стоимость передачи 1 сообщения посредством  $i$ -го оператора с учётом (1) может быть рассчитана следующим образом:

$$c_i^* = \begin{cases} \frac{D_i c_i}{a_i}, & \text{если } D_i > 0, \\ 0, & \text{если } D_i \leq 0. \end{cases}, \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3)$$

где  $D_i/a_i$  - объём превышения установленного договором лимита, приходящийся на 1 сообщение.

Для упрощения программной реализации этой процедуры предлагается воспользоваться сигмоидальной функцией [10]:

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{1}{1+e^{-kx}}, \quad (4)$$

которая при  $k > 100$  фактически превращается в функцию единичного скачка (рис. 1).

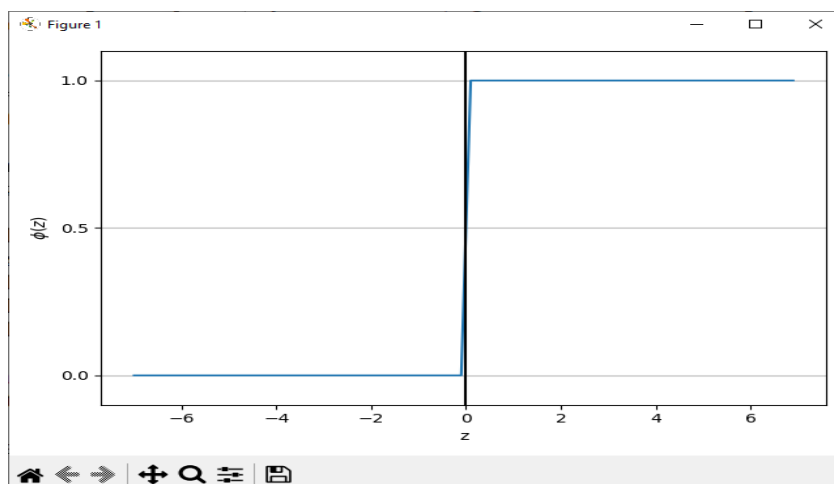


Рисунок 1 - Сигмоида

Для решения этой задачи предлагается формулу (3) представить в следующем виде:

$$c_i^* = \text{sigmoid}(kD_i) \frac{D_i c_i}{a_i}, \quad (i = 1, \dots, m) \quad (5)$$

где  $k > 100$ .

После указанных преобразований функция  $F_i(x_{ij})$  из (2) приобретает вид:

$$F_i(x_{ij}) = \sum_{j=1}^n c_i^* x_{ij} \quad (i = 1, \dots, m). \quad (6)$$

Иными словами решение заключается в поиске таких значений переменных  $x_{ij}$ , при которых функция (6) достигает своего минимально возможного значения [11] при ограничениях присущих линейной транспортной задаче. Общие затраты на передачу назначенного пакета сообщений могут быть определены как сумма (6) и фиксированной абонентской платы по каждому из привлекаемых сотовых операторов, то есть по формуле 2.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи удалось свести к решению линейной транспортной задачи [2-4]. Для её решения может быть использована одна из разновидностей методов последовательного улучшения плана – метод потенциалов с полиномиальной вычислительной сложностью, что делает предлагаемый алгоритм пригодным для оперативного поиска

оптимальных решений в задачах практической размерности на ПЭВМ [12, 13].

В заключение необходимо отметить, что, в отличие от метода решений задач с фиксированными доплатами, например, метода Балинского [1], точность найденного решения определяется скорее погрешностями, связанными с использованием в качестве одного из исходных данных  $\nu_{cp}$  - среднего объёма одного сообщения. Следует при этом подчеркнуть, что снижению погрешности будет способствовать увеличение числа предшествующих наблюдений, на основе которых определяется  $\nu_{cp}$ . Так, исходя из известной формулы расчёта доверительного интервала  $\Delta = \frac{k_y \sigma}{\sqrt{n}}$ ,

где  $k_y$  – параметр функции Лапласа;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;

$n$  – размер выборки

следует, что при приемлемой доверительной вероятности (>80 %) погрешность не будет превышать 10 % от среднего квадратического отклонения уже при 100 предшествующих наблюдениях.

## Литература

1. Нечитайло Н.М., Панасов В.Н. Организация передачи данных по сети связи с учётом абонентской платы за использование каналов // Инженерный вестник Дона. - 2023. - № 7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8551](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8551)
  2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф.П. Васильев. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1988. – 552 с.
  3. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование // М.: Наука, ГРФМЛ, 1969. – 368 с.
  4. Триус, Е.Б. Задачи математического программирования транспортного типа // М., 1967. – 208 с.
  5. Дроздов А.А., Миронюк В.П., Цыплаков В. Ю. Повышение эффективности системы двухэтапной транспортировки: на примере управления твердыми муниципальными отходами // Инженерный вестник Дона. - 2012. - №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1078](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1078)
  6. Целигоров, Н.А., Целигорова, Е.Н., Мафура, Г.В. Математические модели неопределенностей систем управления и методы, используемые для их исследования // Инженерный вестник Дона, 2012, №4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1340](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1340)
  7. Баклагин В.Н., Реализация распараллеливания алгоритмических структур, моделирующих экосистему озерных объектов, на многоядерные процессоры // Инженерный вестник Дона. - 2013. - № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1750](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1750)
  8. Боженюк А.В., Герасименко Е.М., Разработка алгоритма нахождения максимального потока минимальной стоимости в нечеткой динамической транспортной сети // Инженерный вестник Дона. - 2013. - № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583)
-

9. Коварцев А.Н., Даниленко А.Н. Алгоритмы и анализ сложности: учебник / Самара: Изд-во Самарского университета, 2018. – 128 с.
10. Грас Д. Data Science. Наука о данных с нуля: Пер. с англ. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2021. – 416 с. ISBN 978-5-9775-6731-2
11. Gottlieb, Allan; Almasi, George S. Highly parallel computing. Redwood City, Calif.: Benjamin/Cummings, 1989. – p. 256.
12. Rabaey, Jan M. Digital integrated circuits: a design perspective. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, 1996. – p. 235.
13. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. — СПб: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.

### References

1. Nechitaylo, N.M., Panasov V.L. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023. № 7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8551](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8551)
  2. Vasil'ev F.P. Chislennye metody reshenija jekstremal'nyh zadach [Numerical methods for solving extreme problems]. M.: Nauka. GRFML, 1988. 552 p.
  3. Korbut A.A., Finkel'shtejn Ju.Ju Diskretnoe programmirovaniye [Discrete programming]. M.: Nauka, GRFML, 1969. 368 p.
  4. Trius E.B. Zadachi matematicheskogo programmirovaniya transportnogo tipa [Problems of mathematical programming of transport type]. M., 1967. 208 p.
  5. Drozdov A.A., Mironjuk V.P., Cyplakov V. Ju. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1078](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1078)
  6. Celigorov, N.A., Celigorova, E.N., Mafura, G.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012. № 4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1340](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1340)
-



7. Baklagin V.N., Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1750](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1750)
8. Bozhenjuk A.V., Gerasimenko E.M., Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583)
9. Kovartsev A.N., Danilenko A.N. Algoritmy i analiz slozhnosti: uchebnik [Algorithms and Complexity analysis: textbook]. Samara: Izd-vo Samarskogo universiteta, 2018. 128 p.
10. Gras D. Data Science. Nauka o dannyh s nulja [Data Science from Scratch]: Per. s angl. 2-e izd., pererab. i dop. SPb.: BHV-Peterburg, 2021. 416 p.  
Gottlieb, Allan; Almasi, George S. Highly parallel computing. Redwood City, Calif.: Benjamin/Cummings, 1989. 256 p.
11. Rabaey, Jan M. Digital integrated circuits: a design perspective. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, 1996. 235 p.
12. Voevodin V.V., Voevodin V.I.V. Parallelnye vychislenija [Parallel computing] SPb: BVV- Petersburg, 2002. 608 p.

**Дата поступления: 20.04.2024**

**Дата публикации: 30.05.2024**