Динамическая модель производства общественного блага с учетом коррупционного распределения ресурсов и частных интересов

К.В. Козлов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В настоящей работе изучена динамическая модель производства общественного блага с учетом коррупционного распределения ресурсов и частных интересов, формализованная как кооперативная дифференциальная игра с характеристической функцией Неймана-Моргенштерна. Анализируются пропорциональный и линейный механизмы распределения ресурсов. В качестве решения игры выбран вектор Шепли, который находится для тестовых примеров с использованием компьютерной имитации.
Ключевые слова: кооперативные дифференциальные игры, коррупция, распределение ресурсов, имитационное моделирование, качественно репрезентативные сценарии.

Введение

Проблема распределения ресурсов между частной деятельностью и производством общественного блага весьма актуальна. Динамические теоретико-игровые постановки этой задачи приведены в [1,2]. Большой интерес здесь представляет использование кооперативных дифференциальных игр, рассматривающих принципы распределения дохода между агентами с учетом ключевого принципа динамической устойчивости [3-5]. Оригинальный подход к решению указанной задачи при коррупции описан в [6]. Другие примеры исследований динамических моделей борьбы с коррупцией можно найти в работе [7]. Для решения сложных динамических задач конфликтного управления целесообразно использовать метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [8,9]. Идентификация некоторых коэффициентов модели произведена по данным «Transparency International» [10].

В настоящей работе изучена динамическая модель производства общественного блага с учетом коррупционного распределения ресурсов и частных интересов, формализованная как кооперативная дифференциальная игра с характеристической функцией Неймана-Моргенштерна. Анализируются пропорциональный и линейный механизмы распределения ресурсов. В качестве решения игры выбран вектор Шепли, который находится для тестовых примеров с использованием компьютерной имитации.

Описание модели

Пусть задана иерархическая система управления, в которой на верхнем уровне расположен ведущий. Он распределяет свой ресурс $\sum_{i=1}^{N} r_i = R$ между N игроками нижнего уровня – ведомыми. Не ограничивая общности, можно положить $R = 1$. Ресурс ведущего r_i каждый игрок нижнего уровня распределяет между следующими направлениями: $b_i r_i$ - величина «отката» i-го агента супервайзеру, $c_i r_i$ - величина общественных инвестиций и $(1 - c_i - b_i) r_i$ - размер частных инвестиций.

Функционал ведущего имеет вид:

$$J_0 = \int_0^T e^{-\rho t} [\sum_{i=1}^{N} (r_i(t) - pM) b_i(t) + s_0 x(t)] dt \to max, \quad (1)$$

где $\sum_{i=1}^{N} r_i \leq 1$, $r_i(t) \geq 0$, $r_i(t) = r_i\big(b(t)\big)$, $p \in [0,1]$- вероятность поимки,

$M \gg 1$- коэффициент штрафа, тогда pM- размер штрафа в результате поимки игрока при даче взятки. Выигрыш ведущего состоит из части общественного дохода и суммы вероятных ущербов при поимке ведомых при даче взяток.

Функционалы агентов:

$$J_i = \int_0^T e^{-\rho t} \left[a_i \sqrt{\big(1 - c_i - b_i(t)\big) r_i(t)} + s_i x(t) \right] dt \to max, \quad (2)$$

где $0 \leq b_i(t) \leq 1 - c_i$.

Уравнение динамики:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{N} k_i \sqrt{c_i r_i(t)} - m x(t), \quad (3)$$

$$x(0) = x_0.$$

При этом $m > 0, a_i > 0, k_i > 0, \sum_{j=1}^{N} s_j = 1, s_i \geq 0, i = 1,2, \dots, N.$

Соотношения (1) – (3) определяют динамическую модель производства общественного блага с учетом коррупционного распределения ресурсов. Выделим два частных случая: пропорциональный и линейный механизмы распределения ресурсов.

Пропорциональный механизм распределения ресурсов

В этом случае управления ведущего в зависимости от коэффициента отката принимают следующий вид:

$$r_i(t)=\begin{cases}\frac{b_i(t)}{\sum_{j=1}^{N} bj(t)}, \exists i: b_i(t)>0 \ - \text{коррупционный случай},\\ \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N} k_j}, \forall i \ b_i(t)=0 \ - \text{бескоррупционный случай}.\end{cases} \quad (4)$$

Подставив управления ведущего в функционалы агентов, получим:

$$J_i=\int_0^T e^{-\rho t}\left[a_i\sqrt{\frac{(1-c_i-b_i(t))b_i(t)}{\sum_{j=1}^{N} b_j(t)}}+s_i x(t)\right]dt \to max, \quad (5)$$

$$0\le b_i(t)\le 1-c_i$$

Уравнение динамики примет вид:

$$\dot{x}=\sum_{i=1}^{N} k_i\sqrt{\frac{c_i b_i(t)}{\sum_{j=1}^{N} b_j(t)}}-mx(t),\ x(0)=x_0; i=1,2\dots,N. \quad (6)$$

В кооперативной постановке задачи будем искать максимум суммы полезностей агентов и ведущего, строить характеристическую функцию и вектор Шепли на основе полученных результатов и проверять динамическую устойчивость полученного дележа: оптимален ли он в любой подыгре вдоль оптимальной траектории.

Линейный механизм распределения ресурсов

В случае линейного распределения ресурсов управления ведущего представляют собой линейные функции, зависящие от отката:

$$r_i(t) = \begin{cases} \frac{1}{N} b_i(t), \exists i\colon b_i(t) > 0 \ \text{– коррупционный случай,} \\ \frac{1}{N} \ \forall i \ b_i(t) = 0 \ \text{– бескоррупционный случай.} \end{cases} \quad (7)$$

Функционалы агентов при линейном распределении ресурсов:

$$J_i = \int_0^T e^{-\rho t} \left[\frac{a_i}{\sqrt{N}} \sqrt{\left(1 - c_i - b_i(t)\right) b_i(t)} + s_i x(t) \right] dt \to max, \quad (8)$$

$$0 \le b_i(t) \le 1 - c_i$$

Уравнение динамики примет вид:

$$\dot{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} k_i \sqrt{c_i b_i(t)} - m x(t), \ x(0) = x_0; i = 1,2 \ldots, N. \quad (9)$$

Так же, как и с пропорциональным механизмом распределения ресурсов, будем решать задачу нахождения максимума полезности всех игроков с помощью характеристической функции Неймана-Моргенштерна и по ней рассчитывать вектор Шепли распределения суммарного выигрыша между игроками системы.

В кооперативной постановке задачи (1), (8), (9) ищем максимум суммы полезностей всех агентов $J = \sum_{i \in N \cup \{0\}} J_i(b_i(t), r_i(t)) \to max$ и распределяем его с помощью вектора Шепли. Все вычисления будем проводить для случая $|N| = 3$, то есть с тремя ведомыми. При таком ограничении количество всевозможных коалиций – 15.

Алгоритм нахождения выигрышей коалиций и расчета характеристической функции и вектора Шепли с помощью метода КРС имитационного моделирования [8,9]:

1. Разбиваем весь временной промежуток на M частей и на каждой задаем управление каждого из агентов:

$$b_i(t) = \{b_{ik}\}_{k=1}^{M}, i \in N,$$

2. Ограничения на управления примут следующий вид:

$$0 \le b_{ik} \le 1 - c_i, i \in N, k = 1,2, \ldots, M,$$

3. Задаем на каждом из временных промежутков множество возможных стратегий *i*-го агента, количество таких стратегий *L+1*:

$$B_{ik}^{QRS} = \left\{0; \frac{1-c_{ik}}{L}; \frac{2(1-c_{ik})}{L}; \dots; \frac{(L-1)(1-c_{ik})}{L}; 1-c_{ik}\right\};$$

$$i \in N; k = 1,2, \dots M,$$

4. Фиксируем управления агентов:

$$\left(b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}\right) = \left(\left\{b_{1k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{2k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{3k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}\right),$$

5. Находим $\max_{\substack{u_i,\\ i\in S}} \sum_{i\in S} J_i \left(\left\{b_{1k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{2k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{3k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}\right)$ для гранд-коалиции $S = N$ перебором всех сценариев, из шага 4.

6. Для коалиций S из двух и трех агентов (анти-коалиции соответственно из двух и одного агента) действуем следующим образом:

a) Фиксируем сценарий игры из пункта 4.

b) Вычисляем $\sum_{i\in S} J_i \left(\left\{b_{1k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{2k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}, \left\{b_{3k}^{(j)}\right\}_{k=1}^{M}\right)$, и проверяем, сможет ли анти-коалиция, изменяя свои стратегии, уменьшить суммарный выигрыш коалиции. Если да, то пропускаем сценарий игры, если же нет, то обновляем максимум выигрыша коалиции.

c) В итоге находим максимальный выигрыш коалиции из двух или трех игроков, при условии противодействия ему игроков анти-коалиции.

7. Для коалиций S из одного игрока и анти-коалиций из трех игроков считаем минимальный выигрыш коалиции S и на каждом сценарии из пункта 4 и проверяем, сможет ли игрок из коалиции S увеличить его, меняя только свою стратегию. Если нет, то обновляем минимум, иначе пропускаем сценарий.

8. Строим характеристическую функцию Неймана-Моргенштерна по формуле

$$V^{\alpha}(S)=\begin{cases}0, S=\{\emptyset\}\\ \max\limits_{i\in S} u_i, \min\limits_{j\in N\setminus S} u_j, \sum_{i\in S} J_i(u_1,\dots,u_n), S\subset N\\ \max\limits_{i\in S} u_i, \sum_{i\in S} J_i(u_1,\dots,u_n), S=N,\end{cases}$$

где $S\subset N$ – коалиция агентов множества N, и находим для нее вектор Шепли по формуле

$\Phi_i(V)=\sum_{S\ni i}\gamma_n(S)[V(S)-V(S\setminus\{i\})]$,

где $\gamma_n(S)=\frac{(|S|-1)!(|N|-|S|)!}{|N|!}$, при этом $\sum_{i\in N}\Phi_i(V)=V(N)$. [5]

Будем варьировать коэффициенты и анализировать полученный результат. Стоит отметить, что коэффициент p – вероятность поимки – в современных реалиях стоит брать близким к 0. Действительно, величина коррупции с каждым годом в России только возрастает, что следует из статистики: по данным «Transparency International», индекс восприятия коррупции с 2012 по 2016 год в России уменьшился с 28 до 26 (индекс измеряется от 0 – максимальный уровень коррупции, до 100 – отсутствие коррупции) [10]. Сохраняется высокая коррумпированность правоохранительных органов и органов власти.

Пропорциональный механизм распределения ресурсов (расчеты)

Пример 1. Время T = 2, $x_0\in\{0.1, 0.5, 0.9, 10, 100\}$, $\rho=0.1$, $M=10$, $p=0.01$, $s_0=0.3, m=0.1$, $c_1=c_2=c_3=0.2$, $a_1=a_2=a_3=0.2$, $s_1=s_2=s_3=0.2$, $k_1=k_2=k_3=0.2$.

Таблица 1

Зависимость вектора Шепли от x_0

x_0	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
0.1	(1.408, 1.47, 1.439, 2.369)
0.5	(1.408, 1.47, 1,439, 2.369)
0.9	(1.409, 1.471, 1.44, 2.369)
10	(1.413, 1.476, 1.445, 2.377)
100	(1.463, 1.525, 1.494, 2.451)

При $x_0 = 0.1$ характеристическая функция принимает следующий вид:

$$V^{\alpha}(S) = \begin{cases} 0, \mathrm{S} = \{\emptyset\}, \\ 0.38, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}\}, \\ 0.441, \mathrm{S} = \{\mathrm{B2}\}, \\ 0.429, \mathrm{S} = \{\mathrm{B3}\}, \\ 1.037\,, \mathrm{S} = \{\mathrm{B0}\}, \\ 1.253, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B2}\}, \\ 0.929, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B3}\}, \\ 1.764, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B0}\}, \\ 1.448, \mathrm{S} = \{\mathrm{B2}, \mathrm{B3}\}, \\ 1.92, \mathrm{S} = \{\mathrm{B3}, \mathrm{B0}\}, \\ 1.758\,, \mathrm{S} = \{\mathrm{B2}, \mathrm{B0}\}, \\ 3.841, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B2}, \mathrm{B3}\}, \\ 5.45, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B2}, \mathrm{B0}\}, \\ 5.45\,, \mathrm{S} = \{\mathrm{B1}, \mathrm{B3}, \mathrm{B0}\}, \\ 5.318, \mathrm{S} = \{\mathrm{B2}, \mathrm{B3}, \mathrm{B0}\}, \\ 6.686, \mathrm{S} = \mathrm{N}. \end{cases}$$

В таблице 1 представлены результаты расчета вектора Шепли, B1 – Ведомый 1, B0 – ведущий.

Для $x_0 = 0.1$, сумма компонент вектора Шепли $\sum_{i \in N} \Phi_i(V) = 6.686 = V(N)$. Далее приводятся примеры, в которых сумма компонент вектора Шепли совпадает с $V(N)$.

Пример 2. Время T = 2, $M \in \{10, 20, 50, 100, 1000\}$, $\rho = 0.1$, $x_0 = 0.5$, $p = 0.5$, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $c_1 = 0.1, c_2 = 0.2, c_3 = 0.1$, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $s_1 = s_2 = s_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.2$.

В таблице 2 представлены результаты расчета вектора Шепли, B1 – Ведомый 1, B0 – ведущий:

Таблица 2

Зависимость вектора Шепли от коэффициента штрафа M

Коэффициент	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)

штрафа, M	
10	(3.528, 3.904, 3.481, -9.434)
20	(5.868, 6.244, 5.821, -20.389)
50	(13.12, 13.496, 13.073, -53.022)
100	(25.206, 25.582, 25.159, -107.41)
1000	(242.759, 243.135, 242.712, -1086.398)

Пример 3. Время T = 2, $p \in \{0.1, 0.5, 0.9, 1\}$, $\rho = 0.1$, $x_0 = 0.5$, M= 10, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $c_1 = c_2 = c_3 = 0.2$, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $s_1 = s_2 = s_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.2$.

В таблице 3 представлены результаты расчета вектора Шепли, B1 – Ведомый 1, B0 – ведущий:

Таблица 3

Зависимость вектора Шепли от вероятности поимки p

Вероятность штрафа, p	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
0.005	(1.411, 1.467, 1.454, 2.463)
0.01	(1.408, 1.47, 1.439, 2.369)
0.015	(1.408, 1.476, 1.421, 2.272)

Из примеров 3-4 можно сделать вывод, что повышение коэффициента штрафа и вероятности штрафа в кооперативной постановке игры действует против ведущего – он получает меньшую долю, и даже терпит убыток.

Пример 4. Время T=2, $p = 0.01$, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $\rho = 0.1$, $x_0 = 0.5$, M= 10, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $s_1 = s_2 = s_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.2$.

В таблице 4 представлены результаты расчета вектора Шепли, B1 – Ведомый 1, B0 – ведущий.

Таблица 4

Зависимость вектора Шепли от коэффициента перевода ресурса в общественные инвестиции c_i

Коэффициент c_i	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
$c_1 = 0.5, c_2 = 0.25, c_3 = 0.25$	(2.885, 3.215, 3.036, 3.299)
$c_1 = 0.25, c_2 = 0.5, c_3 = 0.25$	(1.893, 1.895, 2.002, 2.405)
$c_1 = 0.25, c_2 = 0.25, c_3 = 0.5$	(1.974, 2.107, 2.073, 2.426)
$c_1 = c_2 = c_3 = 0.1$	(1.15, 1.178, 1.148, 1.902)

Изменение коэффициента перевода ресурса в общественные инвестиции приводит к увеличению доли ведомого в распределении дележа, при этом его понижение одновременно у всех ведомых ведет к понижению общего выигрыша.

Пример 5. Время T = 2, $p = 0.01$, $\rho = 0.1$, $x_0 = 0.5$, M= 10, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $c_1 = c_2 = c_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.2$.

В таблице 5 представлены результаты расчета вектора Шепли, B1 – Ведомый 1, B0 – ведущий:

Таблица 5

Зависимость вектора Шепли от доли агентов в общественной полезности s_i

Доля прибыли агента от общественной полезности, s_i	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
$s_1 = 0.3, s_2 = 0.2, s_3 = 0.2$	(2.595, 1.947, 1.875, 2.433)
$s_1 = 0.2, s_2 = 0.3, s_3 = 0.2$	(1.815, 2.734, 1.914, 2.387)
$s_1 = 0.2, s_2 = 0.2, s_3 = 0.3$	(1.778, 1.949, 2.707, 2.416)

Изменение доли прибыли ведомого влияет на величину его отката, побуждая использовать менее коррупционные стратегии, также выигрыш ведущего изменяется сравнительно слабо.

Линейный механизм распределения ресурсов (расчеты)

Пример 1. Время T = 2, $x_0 \in \{0.1, 0.5, 0.9, 10, 100\}$, $\rho = 0.1$, $M = 10$, $p = 0.01$, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $c_1 = c_2 = c_3 = 0.2$, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $s_1 = s_2 = s_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.1$.

Таблица 6

Зависимость вектора Шепли от x_0

x_0	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
0.1	(0.574, 0.574, 0.574, 1.551)
0.5	(0.574, 0.574, 0.574, 1.551)
0.9	(0.575, 0.575, 0.575, 1.551)
10	(0.579, 0.579, 0.579, 1.559)
100	(0.629, 0.629, 0.629, 1.633)

$$V^{\alpha}(S) = \begin{cases} 0, S = \{\emptyset\}, \\ 0.202, S = \{B1\}, \\ 0.202, S = \{B2\}, \\ 0.202, S = \{B3\}, \\ 0.83, S = \{B0\}, \\ 0.669, S = \{B1, B2\}, \\ 0.669, S = \{B1, B3\}, \\ 1.705, S = \{B1, B0\}, \\ 0.669, S = \{B2, B3\}, \\ 1.705, S = \{B3, B0\}, \\ 1.705, S = \{B2, B0\}, \\ 1.505, S = \{B1, B2, B3\}, \\ 2.771, S = \{B1, B2, B0\}, \\ 2.771, S = \{B1, B3, B0\}, \\ 2.771, S = \{B2, B3, B0\}, \\ 3.273, S = N. \end{cases}$$

В таблице 6 представлены результаты расчета вектора Шепли, В1 – Ведомый 1, В0 – ведущий.

Сумма компонент вектора Шепли $\sum_{i \in N} \Phi_i(V) = 3.273 = V(N)$.

Пример 2. Время T = 2, $x_0 \in \{0.1, 0.5, 0.9, 10, 100\}$, $\rho = 0.1$, $M = 10$, $p = 0.01$, $s_0 = 0.3, m = 0.1$, $c_1 = c_2 = c_3 = 0.2$, $a_1 = a_2 = a_3 = 0.2$, $s_1 = s_2 = s_3 = 0.2$, $k_1 = k_2 = k_3 = 0.1$.

В таблице 7 представлены результаты расчета вектора Шепли, В1 – Ведомый 1, В0 – ведущий:

Таблица 7

Зависимость вектора Шепли от вероятности поимки p

p	Вектор Шепли $\Phi(V)$, (B1, B2, B3, B0)
0.001	(0.622, 0.622, 0.622, 1.8)
0.005	(0.6, 0.6, 0.6, 1.691)
0.01	(0.574, 0.574, 0.574, 1.551)
0.015	(0.55, 0.55, 0.55, 1.406)

Линейный механизм распределения ресурсов при одинаковых коэффициентах и с одинаковым алгоритмом показывает симметричность игры. Стратегии ведомых для любых коалиций симметричны, дележи выигрышей равны.

Заключение

Для динамической модели производства общественного блага с учетом коррупции численно построены характеристическая функция и вектор Шепли с использованием метода КРС, причем алгоритм построения содержит в себе проверку динамической устойчивости вектора Шепли по оптимальной траектории. Рассмотрены примеры пропорционального и линейного распределения ресурсов, сделаны выводы. Приведена программная реализация алгоритма. Следующим этапом исследований модели коррупции может быть построение новой характеристической функции, описанной в [2], и сравнение дележей, получаемых численно методом КРС при больших значениях параметров M и L.

Для модели конкурсного распределения ресурсов основной задачей будет проведение социологических опросов и исследование официальных источников для более точного определения коэффициентов модели. Также представляет интерес выявление зависимостей распределения дележа от идентифицированных коэффициентов модели для несимметричных агентов.

Литература

1. Long, N. V. (Ngo Van) A survey of dynamic games in economics. World Scientific, Singapore; London. 2010. 292 p.

2. Rose-Ackerman S. The Economics of Corruption // Journal of Public Economics. 1975. No4. pp. 187-203.

3. Громова Е. В., Петросян Л. А. Об одном способе построения характеристической функции в кооперативных дифференциальных играх // Математическая теория игр и ее приложения, т. 7, в. 4. 2015. с. 19-39.

4. Петросян Л. А., Зенкевич Н.А., Шевкопряс Н.А. Теория игр: учебник. 2-е изд., перераб. и доп. – СПб: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.

5. Petrosjan L., Zaccour G. Time-consistent Shapley value allocation of pollution cost reduction // J. of Economic Dynamics and Control. 2003. V. 27, no. 3. pp. 381-398.

6. Угольницкий Г. А., Усов А. Б., Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации // Компьютерные исследования и моделирование, 8:4 (2016), с. 673–684.

7. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. – М.: Радио и связь, 1991. 288 с.

8. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. - N.Y.: Nova Science Publishers, 2018. pp. 63-106.

9. Ugol'nitskii, G.A., Usov, A.B. (2013) A study of differential models for hier-archical control systems via their discretization. Automation and Remote Control, 74:2, pp. 252-263.

10. Transparency International URL: transparency.org/country/RUS (дата обращения 25.05.2019)

References

1. Long, N. V. (Ngo Van) A survey of dynamic games in economics. World Scientific, Singapore; London. 2010. 292 p.

2. Rose-Ackerman S. The Economics of Corruption. Journal of Public Economics. 1975. No4. pp. 187-203.

3. Gromova E.V., Petrosyan L.A. Matematicheskaya teoriya igr i eye prilozheniya, V. 7, no. 4. 2015. pp. 19-39.

4. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Shevkoplyas E.V. Teoriya igr: uchebnik. [Game Theory: A Textbook]. St. Petersburg. BKHV-Petersburg, 2012. 432 p.

5. Petrosjan L., Zaccour G. J. of Economic Dynamics and Control. 2003. V. 27, no. 3. pp. 381-398.

6. Ugol'nitskiy G.A., Usov A.B. Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye [Computer studies and modeling]. 2016. pp. 673–684.

7. Gorelik V.A., Gorelov M.A., Kononenko A.F. Analiz konfliktnykh situatsiy v sistemakh upravleniya [Analysis of conflict situations in control systems]. Moscow: Radio i svyaz', 1991. 288 p.

8. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games. Computer Simulations: Advances in Research and Appli-

cations. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. N.Y. Nova Science Publishers. 2018. pp. 63-106.

9. Ugol'nitskii, G.A., Usov, A.B. A study of differential models for hierarchical control systems via their discretization. Automation and Remote Control. 2013. 74:2, pp. 252-263.

10. Transparency International URL: transparency.org/country/RUS (accessed 25.05.2019)