

## Синтез цифровых фильтров высоких частот с монотонной переходной характеристикой на базе фильтров низких частот I порядка

*И.И. Турулин*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** Монотонная переходная характеристика фильтра верхних частот (ФВЧ) требуется, например, в случае необходимости определения наличия отрицательного сигнала на фоне положительного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. При этом допускается пропуск сигнала, но не допускается ложное обнаружение, причиной которого может стать отрицательный выброс переходной характеристики (ПХ) ФВЧ (ФВЧ используется для подавления постоянной составляющей и уменьшения фликер-шумов). В работе предложены цифровые ФВЧ с монотонной ПХ на базе параллельного соединения перемычки и фильтров нижних частот (ФНЧ) с критическим затуханием (один или нескольких каскадно соединенных одинаковых цифровых ФНЧ I порядка). Недостатком таких ФВЧ является выброс амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания вблизи частоты среза. Проанализированы условия, при которых негативное влияние этого выброса уменьшается. Полученные результаты можно использовать также при синтезе аналоговых фильтров.

**Ключевые слова:** фильтр, цифровой, верхних частот, ФВЧ, монотонная, максимально плоская, переходная характеристика.

**1. Введение.** Цифровая обработка сигналов широко используется в современной технике. Применение цифровых фильтров позволяет выделить полезный сигнал на фоне помех [1–4]. Однако в результате фильтрации искажаются спектр и форма полезного сигнала [1, 2].

Имеются различные методы синтеза фильтров, а также соответствующие системы автоматизированного проектирования (САПР), позволяющие легко рассчитать практически любой фильтр, оптимальный по определенному критерию. Однако отсутствуют методы синтеза фильтров верхних частот (ФВЧ) с монотонной (максимально плоской) переходной характеристикой (ПХ).

В данной работе предлагаются цифровые ФВЧ с монотонной ПХ, но с выбросом амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в полосе пропускания вблизи частоты среза. Фильтры реализованы на базе параллельного соединения (рис. 1, *a*) перемычки и фильтра нижних частот (ФНЧ) с критическим затуханием [1, 2]. Фильтры с критическим затуханием

имеют одинаковые вещественные полюса и реализуются как один или нескольких каскадно соединенных одинаковых ФНЧ I порядка (рис. 1, б).

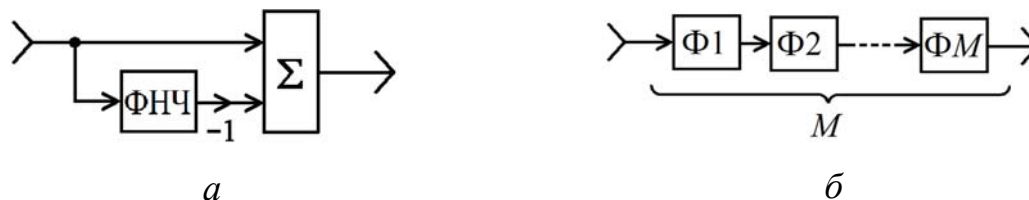


Рис. 1. *а* – параллельная структура ФВЧ на основе вычитания передаточной функции ФНЧ из передаточной функции перемычки; *б* – каскадное соединение *M* фильтров

**2. Формулировка проблемы.** Для подавления постоянной составляющей и фликер-шумов на выходе аналого-цифрового преобразователя (АЦП) обычно используется ФВЧ [1, 2, 5–9] (подавление в этом случае не может быть полным на конечном интервале времени). Иногда для подавления постоянной составляющей используют, например, полиномиальную аппроксимацию [10, 11].

Монотонная ПХ ФВЧ требуется, например, для определения наличия отрицательного сигнала на фоне положительного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. Или, наоборот, когда надо определить наличие положительного сигнала на фоне отрицательного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. При этом допускается пропуск сигнала, но не допускается ложное обнаружение. Причиной ложного обнаружения может стать отрицательный выброс переходной характеристики ФВЧ. Подобная ситуация характерна для некоторых видов элекромиографии, где анализируется отклик мышцы на стимуляцию импульсом тока.

При использовании ФВЧ для подавления постоянной составляющей и фликер-шумов в устройствах обработки биомедицинских сигналов возникают артефакты (в случае ФВЧ это выбросы или осцилляции, которые иногда принимают за сигнал, что может приводить к ошибкам в

диагностике). Артефакты, например, для поверхностной электромиографии (ЭМГ) описаны в [12], для электрокардиографии (ЭКГ) – в [5], для энцефалографии (ЭЭГ) – в [6–9]. Применение ФВЧ с монотонной ПХ может быть полезным для этих приложений.

Наиболее целесообразно применение ФВЧ с монотонной ПХ в стимуляционной электромиографии (анализируется электрический ответ мышцы на стимуляцию током). Осцилляции ПХ ФВЧ здесь также являются артефактами (помехами) и могут привести к ошибкам в диагностике, поскольку напряжение стимула превышает напряжение диагностического сигнала на несколько порядков.

ФВЧ I порядка (Гаусса, Бесселя, Баттерворта, Чебышева I и II рода, эллиптического) имеют монотонную ПХ, но часто неприменимы, поскольку спектры верхней части фликер-шумов (низкочастотные шумы, спектральная плотность которых обратно пропорциональна частоте) и нижней границы полезного сигнала могут быть близко расположены на оси частот. Для фильтрации (подавления) фликер-шумов в этом случае требуется фильтр более высокого порядка, что обеспечивает более узкую переходную полосу АЧХ (область между полосами пропускания и заграждения). Однако ПХ у традиционных ФВЧ начиная со II порядка и выше (и для каскадно соединенных ФВЧ I порядка) имеет пульсации и отрицательный выброс. Так, например, в [13, abb. 3.19] показано семейство ПХ для ряда ФВЧ.

В данной работе предлагаются структуры цифровых ФВЧ с монотонной ПХ произвольного порядка. При этом формы других характеристик фильтра могут быть неоптимальными (например, АЧХ и ФЧХ).

### **3. Результаты исследования.**

**3.1. Свойства параллельной структуры с вычитанием передаточных функций.** Как известно [1, 2], у ФНЧ I порядка ПХ монотонна. Добиться монотонности ПХ ФВЧ позволяет параллельное

---

включение перемычки и ФНЧ, на выходе которого сигнал инвертируется (рис. 1, *a*). Передаточная (системная) функция такого ФВЧ [1, 2]  $H_{\text{ФВЧ}}(z) = 1 - H_{\text{ФНЧ}}(z)$ , где 1 – передаточная функция перемычки;  $H_{\text{ФНЧ}}(z)$  – передаточная функция ФНЧ [1, 2].

Для преобразования передаточной функции в частотную характеристику делают замену  $z \rightarrow e^{j\omega T}$ , где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота;  $f$  – циклическая частота;  $T$  – шаг (период) дискретизации [1, 2]. В результате замены получим  $H_{\text{ФВЧ}}(e^{j\omega T}) = 1 - H_{\text{ФНЧ}}(e^{j\omega T})$ .

Из рис. 1, *a* следует, что при подаче на вход ФВЧ единичной ступенчатой функции  $I(n)$  из нее будет вычитаться ПХ ФНЧ  $a_{\text{ФНЧ}}(n)$ . Таким образом, ПХ ФВЧ  $a_{\text{ФВЧ}}(n) = 1 - a_{\text{ФНЧ}}(n)$ .

Если ПХ ФНЧ  $a_{\text{ФНЧ}}(n)$  будет монотонной, то и ПХ ФВЧ  $a_{\text{ФВЧ}}(n)$  также будет монотонной.

**3.2. ФВЧ на базе каскадного соединения нескольких ФНЧ I порядка в параллельной структуре.** Каскадное включение фильтров показано на рис. 1, *б*. Полученный фильтр используется в параллельной структуре (рис. 1, *a*).

На рис. 2, *a* приведены ПХ ФВЧ на базе параллельной структуры с  $M$  каскадно соединенными ФНЧ I порядка ( $M = 1, 2, 4, 8$ ), на рис. 2, *б* – АЧХ этих ФВЧ. Относительная частота среза (относительно частоты дискретизации) ФНЧ I порядка, рассматриваемых в данной статье, составляет 0,00025. Фильтры получены из аналоговых прототипов путем билинейного преобразования. Заметим, что ФНЧ I порядка Гаусса, Бесселя, Баттерворта, Чебышева II рода одинаковы, поэтому далее по тексту под термином «ФНЧ I порядка» подразумеваются именно такие фильтры. Как видно из рис. 2, *a*, ПХ ФВЧ монотонны. С ростом  $M$  уменьшается частота среза АЧХ (рис. 2, *б*). Это связано с уменьшением частоты среза

результатирующего ФНЧ при каскадном соединении одинаковых ФНЧ I порядка вследствие перемножения АЧХ. Заметим, что результирующий ФВЧ будет  $M$ -го порядка.

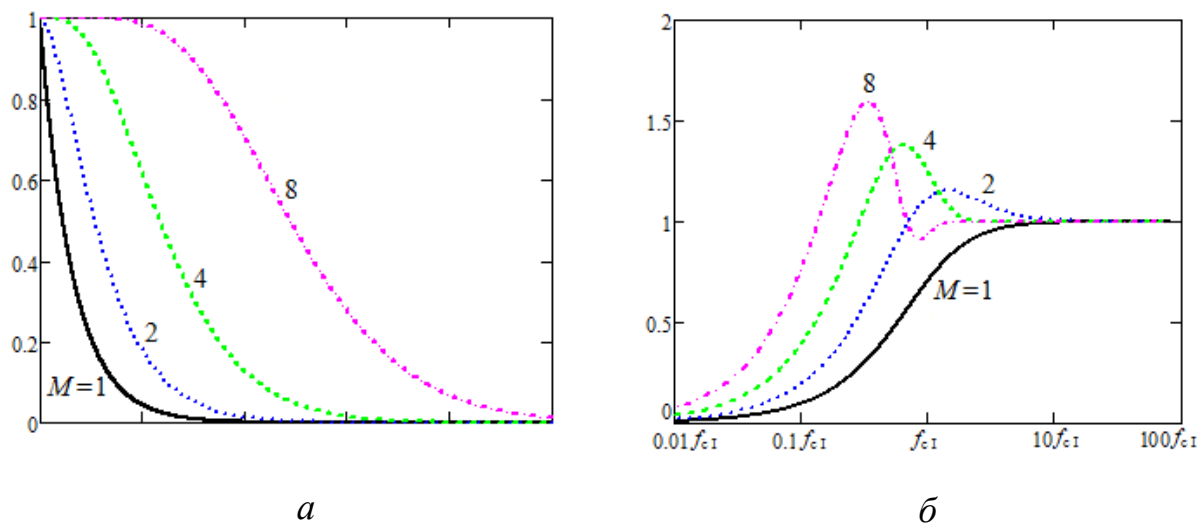


Рис. 2. *a* – переходные характеристики ФВЧ параллельной структуры на базе  $M$  каскадно включенных ФНЧ I порядка для  $M = 1, 2, 4, 8$  (масштаб по оси абсцисс линейный); *б* – АЧХ этих фильтров ( $f_{c1}$  – частота среза ФНЧ I порядка).

Количество ФНЧ I порядка в каскадном соединении практически не ограничено. Это позволяет добиться заданной крутизны АЧХ в переходной полосе. Недостатком таких ФВЧ для  $M > 1$  является наличие выброса и пульсаций на АЧХ (рис. 2, *б*). Для  $M = 2, 4, 8$  значения положительного выброса соответственно составляют 15%, 38% и 59%. Причиной выбросов является разность групповых задержек в плечах параллельной структуры (рис. 1, *a*), что не приводит к прямому (синфазному) вычитанию АЧХ ФНЧ из единичной АЧХ переключки. Чем больше  $M$ , тем больше фазовый набег, а значит, выброс.

Если для улучшения синфазности вычитания АЧХ в цепь переключки ввести задержку, равную, например, групповой задержке ФНЧ на нулевой

частоте, выбросы АЧХ для некоторых  $M$  уменьшаются, но ПХ теряют монотонность, что неприемлемо.

Для  $M = 1$  вместо предлагаемой структуры целесообразно использовать классический ФВЧ I порядка.

Влияние выброса на спектр полезного сигнала может быть уменьшено, если выбрать, например,  $f_1/f_c = 10$ , где  $f_1$  – нижняя частота спектра сигнала,  $f_c$  – частота среза ФНЧ I порядка. Однако наличие выброса, а также уменьшение  $f_c$ , приводят к ухудшению подавления фликер-шумов.

На рис. 3 приведены ФЧХ и групповая задержка для параллельных структур на базе  $M = 1, 2, 4, 8$  каскадно включенных ФНЧ I порядка.

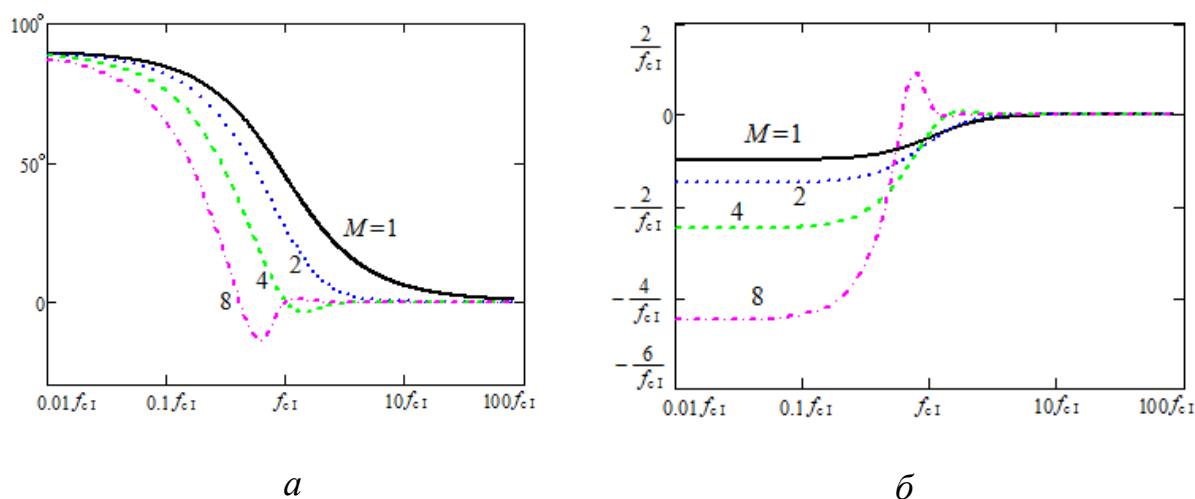


Рис. 3. *a* – фазочастотные характеристики ФВЧ параллельной структуры на базе  $M$  каскадно включенных ФНЧ I порядка для  $M = 1, 2, 4, 8$ ;  $f_{c1}$  – частота среза ФНЧ I порядка; *б* – групповая задержка этих фильтров

**4. Выводы.** Таким образом, предложенные ФВЧ имеют монотонные ПХ. Платой за монотонность является наличие выброса на АЧХ. Однако можно выбрать частоту среза фильтра так, что влияние выброса на спектр полезного сигнала будет уменьшено.

Аналоговый ФВЧ на операционных усилителях (ОУ) частично может подавлять смещение собственных ОУ. Любой аналоговый ФВЧ не будет

подавлять постоянные смещения устройств, включенных после него, в частности, АЦП. Поэтому при наличии цифровой обработки сигналов в системе постоянную составляющую сигнала в общем случае целесообразно подавлять цифровыми ФВЧ, поскольку они подавляют постоянные смещения всего тракта прохождения аналогового сигнала, а также АЦП.

При определенных условиях цифровые фильтры могут рассматриваться как аппроксимация аналоговых [14]. Поэтому полученные результаты могут быть использованы для синтеза аналоговых ФВЧ с монотонной ПХ.

### Литература

1. Oppenheim A.V., Schafer R.W. Discrete-Time Signal Processing. 3rd ed. Englewood Cliffs NJ Prentice-Hall. 2009. 1120 p.
2. Theory and Application of Digital Signal Processing. Rabiner R., Gold B. Prentice-Hall, 1975. 762 p.
3. Тарасова И.А., Леонова А.В., Синютин С.А. Алгоритмы фильтрации сигналов биоэлектрической природы // Инженерный вестник Дона. 2012. №4. (часть 2). URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481)
4. Синютин С.А., Леонова А.В. Интегрированные в одежду электроды для регистрации ЭКГ // Инженерный вестник Дона. 2013. №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_81A\\_Siniutin.pdf\\_2029.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_81A_Siniutin.pdf_2029.pdf)
5. García-Niebla J., Serra-Autonell G., Bayés de Luna A. Brugada syndrome electrocardiographic pattern as a result of improper application of a high pass filter // Am J Cardiol. 2012. V. 110. pp. 318-320.
6. Tanner D., Morgan-Short K., Luck S.J. How inappropriate high-pass filters can produce artifactual effects and incorrect conclusions in ERP studies of language and cognition // Psychophysiology. 2015. V. 52. №8. pp. 997-1009.
7. Maess B., Schröger E., Widmann A. High-pass filters and baseline correction in M/EEG analysis. Commentary on: "How inappropriate high-pass filters can

- produce artefacts and incorrect conclusions in ERP studies of language and cognition" // Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 164-165.
8. Maess B, Schröger E., Widmann A. High-Pass Filters and Baseline Correction in M/EEG Analysis—continued Discussion // Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 171-172.
9. Tanner D., Norton J.S., Morgan-Short K., Luck S.J. On High-Pass Filter Artifacts (They're Real) and Baseline Correction (It's a Good Idea) in ERP/ERMF Analysis // Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 166-170.
10. Smith N.J., Kutas M. Regression-Based Estimation of ERP Waveforms: I the rERP Framework // Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 157-168.
11. Smith N.J., Kutas M. Regression-Based Estimation of ERP Waveforms: II Nonlinear Effects, Overlap Correction, and Practical Considerations // Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 169-181.
12. De Luca C.J., Gilmore L.D., Kuznetsov M., Roy S.H. Filtering the surface EMG signal: Movement artifact and baseline noise contamination // Journal of Biomechanics. 2010. V. 43. pp. 1573-1579.
13. Tietze U., Schenk Ch. Halbleiter-Schaltungstechnik. 12. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002. 1632 s.
14. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 328 с.

### References

1. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Discrete-Time Signal Processing. 3rd ed. Englewood Cliffs NJ Prentice-Hall. 2009. 1120 p.
  2. Theory and Application of Digital Signal Processing. Rabiner R., Gold B. Prentice-Hall, 1975. 762 p.
  3. Tarasova I.A., Leonova A.V., Sinyutin S.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012. №4 (part 2). URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481)
-





4. Sinyutin S.A., Leonova A.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013. №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_81A\\_Siniutin.pdf\\_2029.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_81A_Siniutin.pdf_2029.pdf)
5. García-Niebla J., Serra-Autonell G., Bayés de Luna A. Am J Cardiol. 2012. V. 110. pp. 318-320.
6. Tanner D., Morgan-Short K., Luck S. J. Psychophysiology. 2015. V. 52. №8. pp. 997-1009.
7. Maess B., Schröger E., Widmann A. Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 164-165.
8. Maess B, Schröger E., Widmann A. Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 171-172.
9. Tanner D., Norton J.S., Morgan-Short K., Luck S.J. Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 166-170.
10. Smith N.J., Kutas M. Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 157-168.
11. Smith N.J., Kutas M. Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 169-181.
12. De Luca C.J., Gilmore L.D., Kuznetsov M., Roy S.H. Journal of Biomechanics. 2010. V. 43. pp. 1573-1579.
13. Tietze U., Schenk Ch. Halbleiter-Schaltungstechnik. 12. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002. 1632 s.
14. Bykov V.V. Tsifrovoye modelirovaniye v statisticheskoy radiotekhnike. Moscow: Sovetskoye radio, 1971. 328 p.