

Статистический анализ исследований стальной цилиндрической сетчатой оболочки

А.И. Сиянов, Т.А. Самосадкин, Д.В. Ворожцов, М.Р. Габидулин

Лысьвенский филиал «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», г. Лысьва

Аннотация: В статье рассмотрен статистический анализ полученных напряжений и перемещений, которые определены путем проведения физических экспериментальных исследований и на основании разработанной расчетной методики. В силу того, что испытания проведены в лабораторных условиях на модели, учтен масштабный фактор и составлены уравнения связи для перехода от модели к натуре. Учтена степень несоответствия фактических и проектных величин нагрузок и определены необходимые для статистического анализа характеристики. Приведены соотношения напряжений и перемещений с учетом неточности расчета, отклонения внутренних силовых факторов и погрешности жесткости узлов. Обоснована неточность в определении геометрических параметров и модулей упругости материала. Получена достаточная обеспеченность результатов с учетом комплекса всех неблагоприятных факторов.

Ключевые слова: цилиндрическая сетчатая оболочка, статистический анализ результатов, напряжение, перемещение, отклонение.

Введение

Стальные цилиндрические сетчатые оболочки широко распространены в качестве покрытий зданий и сооружений [1–3]. Их зрелищность, легкость, экономичность и технологичность вызывают неоспоримый интерес со стороны инвесторов и открывают перспективы массового применения в строительстве [4–6].

Однако каждое исследование [7–9] с использованием математического аппарата требует подтверждения полученных теоретических результатов. Необходимо выполнение многочисленных испытаний цилиндрических сетчатых оболочек для проверки на достоверность правильности полученных физических и геометрических параметров. Исследование конструкций завершается статистической обработкой и последующим детальным анализом расчетных показателей.

Известно, что при учете многих факторов, найденными могут быть как случайные, так и закономерные величины. Как правило, в данном случае

осуществляется фиксация погрешностей, которые достаточно легко предвидеть, но практически сложно избежать.

Определяющие соотношения

Выполненные расчеты и полученные результаты напряжений и перемещений потребовали проведения комплекса физических лабораторных испытаний. Экспериментальные исследования проведены на специально изготовленной модели цилиндрической сетчатой оболочки [10]. В процессе проектирования составлены уравнения связи между масштабами перехода от модели к натуре:

– для напряжений:

$$M_{\sigma} = 6M_F / M_l ,$$

$$M_F = 50, M_l = 10 \Rightarrow M_{\sigma_n} = 30M_{\sigma_m} ;$$

– для перемещений:

$$M_{\delta} = M_{\varepsilon} M_l ,$$

$$M_{\varepsilon} = 3,5, M_l = 10 \Rightarrow M_{\delta_n} = 35M_{\delta_m} ,$$

где $M_{\sigma}, M_F, M_l, M_{\delta}, M_{\varepsilon}$ – соответственно, масштабы напряжений, нагрузок, линейных размеров, перемещений, относительных деформаций.

Статистический анализ

По окончании исследований выполнена статистическая обработка отношений экспериментально полученных и теоретически рассчитанных величин $\sigma_e / \sigma_T, \delta_{y_e} / \delta_{y_T}, \delta_{z_e} / \delta_{z_T}$.

Определены:

– средние значения \bar{M} ;

– средние квадратичные отклонения $\alpha_M = \sqrt{\frac{\sum (M_i - \bar{M})^2}{n - 1}}$;

- коэффициенты вариации $C_v = \frac{\alpha_M}{M}$;
- средние погрешности $m_M = \frac{\alpha_M}{\sqrt{n}}$;
- показатели точности $p = \frac{m_M}{M}$.

Результаты представлены в табличной форме (табл. 1).

Таблица 1

| Отношение экспериментальных и теоретических величин | Результаты статистической обработки | | | | |
|---|-------------------------------------|------------|--------|--------|--------|
| | \bar{M} | α_M | C_v | m_M | p |
| σ_e / σ_T | 0,901 | 0,0412 | 0,0457 | 0,0238 | 0,0264 |
| $\delta_{y_e} / \delta_{y_T}$ | 0,914 | 0,0435 | 0,0476 | 0,0251 | 0,0275 |
| $\delta_{z_e} / \delta_{z_T}$ | 0,929 | 0,0501 | 0,0539 | 0,0289 | 0,0311 |

Для количества испытаний 3 и надежности 0,95 показатель достоверности (коэффициент Стьюдента) $\eta = 2$. Учитывая вероятность 0,95, запишем:

$$\sigma_e / \sigma_T = 0,901 \pm 0,287 = 0,614 \dots 1,188 ;$$

$$\delta_{y_e} / \delta_{y_T} = 0,914 \pm 0,291 = 0,623 \dots 1,205 ;$$

$$\delta_{z_e} / \delta_{z_T} = 0,929 \pm 0,335 = 0,594 \dots 1,264 .$$

На значения напряжений и перемещений в системе влияет отклонение фактической нагрузки от проектной ΔF_T :

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_T} = \frac{\delta_{y_e}}{\delta_{y_T}} = \frac{\delta_{z_e}}{\delta_{z_T}} = \frac{(F_T \pm \Delta F_T)^2}{F_T^2} \approx 1 + 2\Delta F_T / F_T . \quad (1)$$

Введено условие – отношение фактических значений нагрузок от проектных не должно превышать 10%. Для $\Delta F_T / F_T = 0,1$ получено:

$$\sigma_e / \sigma_T = \delta_{y_e} / \delta_{y_T} = \delta_{z_e} / \delta_{z_T} = 1 \pm 0,2 = 0,8...1,2$$

По экспериментальным и теоретическим результатам доля δ_z в общей сумме перемещений $\sum \delta$ выявлена в пределах от 20 до 45%. Однако здесь заметим, что при увеличении размеров оболочки доля δ_z в $\sum \delta$ будет снижаться, поэтому, учитывая большие размеры параметров натурной конструкции, можно принять значение 40% за предельное для соотношения δ_z и $\sum \delta$.

Учитывая вышеизложенное, запишем:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_T} = 1 / \left(\frac{\delta_z / \sum \delta}{1 \pm 0,1\eta} + 1 - \frac{\delta_z}{\sum \delta} \right), \quad (2)$$

откуда:

$$\sigma_e / \sigma_T = 1 / (0,4 / (1 \pm 0,2) + 0,6) = 0,909...1,072.$$

На соотношение напряжений и перемещений модели и натуре также влияет отклонение жесткости узлов. Эта разница для напряжений σ составляет 15...20%, а для перемещений $\delta \sim 17...25\%$.

Проанализировав, запишем:

$$\sigma_e / \sigma_T = 0,8...1,2 = 1 \pm 0,2;$$

$$\delta_{y_e} / \delta_{y_T} = \delta_{z_e} / \delta_{z_T} = 0,75...1,25 = 1 \pm 0,25.$$

При сочетании трех неблагоприятных факторов (неточность расчета + отклонение нагрузок ΔF_T + отклонение жесткости узлов) получим:

$$\sigma_e / \sigma_T = 0,562...1,438 = 1 \pm 0,44;$$

$$\delta_{y_e} / \delta_{y_T} = 0,529...1,471 = 1 \pm 0,47;$$

$$\delta_{z_e} / \delta_{z_T} = 0,507...1,493 = 1 \pm 0,49.$$

В таком случае при расчетах конструкций, нужно учитывать, что фактические напряжения будут находиться в пределах $0,56\sigma_T \dots 1,44\sigma_T$, тогда для горизонтальных и вертикальных перемещений соответственно получим $0,53\delta_{y_T} \dots 1,47\delta_{y_T}$ и $0,51\delta_{z_T} \dots 1,49\delta_{z_T}$.

На отклонение σ и δ могут влиять и другие факторы (неточности в определении геометрических характеристик, модулей упругости и т. п.), однако вероятность того, что более трех факторов одновременно примут неблагоприятные значения очень мала.

Обеспеченность результата при учете трех факторов с надежностью 0,95 будет:

$$\bar{p} = 1 - 0,1^3 = 0,999.$$

При необходимости уточнить пределы вероятных отклонений σ_e , можно воспользоваться формулой:

$$\sigma_e = \sigma_T \frac{(0,901 \pm 0,287)(1 \pm \Delta F_T / F_T)}{\frac{\delta_z / \sum \delta}{1 \pm 0,1\eta} + 1 - \frac{\delta_z}{\sum \delta}}, \quad (3)$$

где η – показатель достоверности (коэффициент Стьюдента), который принимается в зависимости от количества испытаний при надежности 0,95.

Выводы

1. По результатам выполненных экспериментальных исследований и на основании разработанной расчетной методики проведен статистический анализ полученных напряжений и перемещений стальной цилиндрической сетчатой оболочки.

2. В процессе работы составлены уравнения связи для перехода от модели к натурной конструкции и учтено несоответствие фактических и проектных величин нагрузок. Определены необходимые для статистического анализа характеристики.



3. Приведены соотношения напряжений и перемещений с учетом неточности расчета, а также отклонения внутренних силовых факторов и погрешности жесткости узлов.

4. Обоснована неточность в определении геометрических параметров и модулей упругости материала. Установлена достаточная обеспеченность результатов с учетом комплекса всех неблагоприятных факторов.

5. Полученные результаты показали хорошую сходимость результатов. Средние статистические отклонения экспериментально найденных величин напряжений и перемещений от расчетных теоретических значений выявлены в допустимых пределах.

Литература

1. MERO / ION Orchard // Project Details. MERO ASIA PACIFIC URL: mero.com.sg/project_references/ion-orchard.

2. A Jewel on Progress // Company Construction Systems, URL: mero.de/index.php/en/construction-systems/references-en/36-space-structures/847-the-carpenter-s-church.

3. Nie G., Zhang C., Zhi X., Dai J. Collapse of the single layered cylinder shell with model experimental study // Archives of Civil and Mechanical Engineering. May 2019. Volume 19, Issue 3, pp. 883-897.

4. Rynkovskaya M., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon // 3rd International Scientific Conference "MoNGeometrija 2012". P. 487-498.

5. Great Court at the British Museum // Foster and Partners, 2000 URL: fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum.

6. Шумейко В.И., Кудинов О.А. Об особенностях проектирования уникальных, большепролетных и высотных зданий и сооружений // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164.

7. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Аарон Икуру Годфрей. Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки // Инженерный вестник Дона, 2013, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667.

8. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Experimental and numerical studies on a single-layer cylindrical reticulated shell with semi-rigid joints // Thin-Walled Structures. January 2015. Volume 86, pp. 1-9.

9. Gotsulyak E.A., Siyanov A.I. Stability and nonlinear deformation of cylindrical grids // International Applied Mechanics. 2004. Volume 40, Issue 4, pp. 426-431.

10. Siyanov A., Soshina T. Experimental Studies of the Cylindrical Mesh Shell Model // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Volume 1079, Chapter 1, pp. 1-5.

References

1. MERO / ION Orchard [Project Details. MERO ASIA PACIFIC] URL: mero.com.sg/project_references/ion-orchard (accessed 08/11/21).

2. A Jewel on Progress [Company Construction Systems] URL: mero.de/index.php/en/construction-systems/references-en/36-space-structures/847-the-carpenter-s-church (accessed 08/11/21).

3. Nie G., Zhang C., Zhi X., Dai J. Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2019. Volume 19, Issue 3, pp. 883-897.

4. Rynkovskaya M., Simo D. Cylindrical surfaces for social significant architectural projects in Cameroon “3rd International Scientific Conference”: (Proc. Conference “MoNGeometrija 2012”), 2012, pp. 487-498.

5. Great Court at the British Museum [Foster and Partners] URL: fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum (accessed 08/11/21).



6. Shumeyko V.I., Kudinov O.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2164.
7. Krasnobaev I.A., Mayatskaya I.A., Aaron Ikuru Godfrey. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1667.
8. Ma H., Fan F., Wen P., Zhang H., Shen S. Thin-Walled Structures. January 2015. Volume 86, pp. 1-9.
9. Gotsulyak E.A., Siyanov A.I. International Applied Mechanics. 2004. Volume 40, Issue 4, pp. 426-431.
10. Siyanov A., Soshina T. Experimental Studies of the Cylindrical Mesh Shell Model “International Science and Technology Conference (FarEastCon 2020)”: (Proc. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering). Vladivostok, 2021, pp. 1-5.