

Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке

С.В. Литвинов, Л.И. Труш, А.Е. Дудник

Ростовский государственный строительный университет

Аннотация: В статье приводится полный цикл решения плоской осесимметричной задачи: от получения основных разрешающих уравнений до решения практической задачи ползучести полимерной трубы. Используется два нелинейных закона связи «напряжения-деформации»: Максвелла-Гуревича и Максвелла-Томпсона. Проводится сопоставление и анализ полученных результатов, так, в некоторых случаях проектировщику вполне оказывается достаточно использования уравнения связи Максвелла-Томпсона, чем более сложного уравнения связи Максвелла-Гуревича. Решение задачи производится с использованием численного метода — метода конечных разностей. При этом, в случае наличия температурного поля, все физико-механические параметры материала (упругие и релаксационные) принимаются в виде функции от температуры. Таким образом, учитывается наведенная (косвенная) неоднородность материала. Для определения температурного поля используется уравнение теплопроводности Фурье.

Ключевые слова: осесимметричная задача, неоднородность, ползучесть, уравнение связи Максвелла-Гуревича, уравнение связи Максвелла-Томпсона.

Введение

Полимерные материалы пользуются большим спросом на рынке строительных изделий из-за своей легкости, прочности и удобства в эксплуатации. Вторичный поливинилхлорид (далее ПВХ) является одним из таких материалов. Большим его преимуществом является то, что он изготавливается из технических и бытовых отходов, что делает его выгодным как с экономической точки зрения, так и экологической. ПВХ используется для производства изоляции, покрытий, толстостенных труб и многих других строительных элементов. Перед проектировщиками часто стоит задача грамотного, быстрого и нетрудоемкого расчета подобных конструкций.

В статье рассматривается осесимметричное плоское деформированное состояние (далее — ПДС) однослойной трубы из ПВХ с учетом свойств ползучести. Для описания ползучести существует множество выражений, но уравнениями, максимально точно описывающими поведение материала, являются уравнения Максвелла-Гуревича и Максвелла-Томпсона.

Конструктору удобнее использовать те уравнения, которые проще, но при этом, они должны быть приближены к реальной работе материала.

Проблема и ее актуальность

Цель статьи — проведение исследования НДС полимерной трубы, на основе разных уравнениях ползучести с последующим сравнением результатов. Данная проблема является актуальной, так как трубы из ПВХ, как правило, подвержены либо нагреву изнутри, либо находятся под внутренним давлением. Исследованием напряженно-деформированного состояния цилиндрических тел занимались авторы академик В. И. Андреев, профессор Р. А. Турусов, профессор Б. М. Языев в работах [1–17], однако такой материал, как ПВХ, ими не рассматривался.

Вывод основного разрешающего уравнения

Не смотря на то, что законы ползучести различаются, общее разрешающее уравнение будет одно. Наличие осевой симметрии в плоской задаче значительно упрощает основные уравнения. Для достаточно длинного цилиндра (в случае НДС) общее разрешающее уравнение можно получить из дифференциального уравнения равновесия (1), условия совместности деформаций (2) и закона Гука (3), учитывая, что полная деформация равна сумме упругой, температурной и высокоэластичной деформаций, и $\varepsilon_z = 0$.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \varepsilon_T + \varepsilon_r^*; \\ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] + \varepsilon_T + \varepsilon_\theta^*; \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \varepsilon_T + \varepsilon_z^*; \end{cases} \quad (3)$$

где $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ — полные деформации вдоль соответствующих осей r, θ, z ; $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ — нормальные напряжения вдоль соответствующих осей r, θ, z ; ε_T — температурная деформация; $\varepsilon_r^*, \varepsilon_\theta^*, \varepsilon_z^*$ — деформации ползучести вдоль соответствующих осей r, θ, z ; E — модуль упругости первого рода; ν — коэффициент Пуассона, который равен $\nu = 0,3$.

Задача сводится к решению линейного дифференциального уравнения второго порядка относительно радиальных напряжений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial r^2} + \left(\frac{3}{r} - \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \right) \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \sigma_r = \\ = - \frac{E}{r(1-\nu)} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial r} - \frac{E}{r(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon_z^*}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_\theta^*}{\partial r} + \frac{\varepsilon_\theta^* - \varepsilon_r^*}{r_i} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

с граничными условиями:

$$\sigma_1 = -P_1, \quad \sigma_N = -P_N \quad (5)$$

где r_1 и r_N — внутренний и внешний радиусы цилиндра, P_1 и P_N — внутреннее и внешнее давления.

Законы ползучести

Для описаний деформаций ползучести, как было сказано выше, используются два закона: Максвелла-Гуревича и Максвелла-Томпсона.

Уравнения связи напряжений и деформаций по закону Максвелла-Гуревича имеют следующую форму:

$$\frac{\partial \varepsilon_{rs}^*}{\partial t} = \frac{f_{rs}^*}{\eta_s^*}, \quad \frac{\partial \varepsilon_{\theta s}^*}{\partial t} = \frac{f_{\theta s}^*}{\eta_s^*}, \quad \frac{\partial \varepsilon_{zs}^*}{\partial t} = \frac{f_{zs}^*}{\eta_s^*}, \quad (6)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{rs}^* = \frac{3}{2}(\sigma_r - p) - E_{\infty s} \varepsilon_{rs}^*; \quad f_{\theta s}^* = \frac{3}{2}(\sigma_\theta - p) - E_{\infty s} \varepsilon_{\theta s}^*; \\ f_{zs}^* = \frac{3}{2}(\sigma_z - p) - E_{\infty s} \varepsilon_{zs}^*; \\ \frac{1}{\eta_s^*} = \frac{1}{\eta_{0s}^*} e^{\left\{ \frac{|f^*|_{max}}{m_s^*} \right\}}; \quad p = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3}. \end{array} \right. \quad (7)$$

В уравнениях (6) и (7) $\frac{\partial \varepsilon_{rs}^*}{\partial t}$, $\frac{\partial \varepsilon_{\theta s}^*}{\partial t}$, $\frac{\partial \varepsilon_{zs}^*}{\partial t}$ — скорости деформаций ползучести вдоль соответствующих осей r , θ , z ; f_{rs}^* , $f_{\theta s}^*$, f_{zs}^* — функции напряжений; $E_{\infty s}$ — модуль высокоэластичности; η_s^* — модуль релаксационной вязкости; m_s^* — модуль скорости; p — среднее напряжение.

Задача ограничивается малым временем, поэтому рассматривается только первый спектр времен релаксации и $\varepsilon_{rs}^* = \varepsilon_r^*$, $\varepsilon_{\theta s}^* = \varepsilon_\theta^*$, $\varepsilon_{zs}^* = \varepsilon_z^*$.

Закон Максвелла-Томпсона:

$$\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t} = \frac{1}{\tau E} \left(\left(1 - \frac{H}{E} \right) \sigma - H \cdot \varepsilon^* \right), \quad (8)$$

где E и H — мгновенный и длительный модули упругости соответственно; τ — время релаксации напряжений.

Упругие и реологические параметры материала

Все упругие и реологические коэффициенты являются функцией температуры, то есть для вторичного ПВХ они имеют вид:

$$E(T) = -0,2393T^2 + 8,3357T + 1402,6, \text{ МПа};$$

$$E_{\infty 1}(T) = -0,0575T^3 + 11,095T^2 - 732T + 16618, \text{ МПа};$$

$$\eta_1^*(T) = 74633,33e^{-0,075T}, \text{ МПа};$$

$$m_1^*(T) = -0,0794T + 15,134, \text{ МПа};$$

$$\tau = \frac{\eta_1^*(T)}{E(T)}, \text{ с.}$$

Здесь T — температура в градусах Цельсия.

Между мгновенным, длительным модулями упругости и модулем высокоэластичности имеется зависимость. Полную деформацию можно представить как сумму упругой и высокоэластической деформаций:

$$\varepsilon = \sigma / E + \sigma / E_\infty. \quad (9)$$

С другой стороны полная деформация есть соотношение нормального напряжения к длительному модулю упругости:

$$\varepsilon = \sigma / H. \quad (10)$$

Приравнявая эти выражения, получаем, что длительный модуль упругости является следующей функцией от температуры:

$$H(T) = \frac{E(T) \cdot E_\infty(T)}{E(T) + E_\infty(T)}. \quad (11)$$

Задача решается несвязно, то есть в несколько этапов. На первом этапе определяется температурное поле, на втором — физико-механические параметры материала, на третьем — НДС, то есть определяются напряжения и деформации в цилиндре.

Для определения температурного поля было использовано уравнение теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (12)$$

где $\mu = \frac{\lambda}{\rho c}$ — коэффициент температуропроводности; ρ — плотность материала; c — удельная теплоемкость материала.

Так как задача осесимметричная, ее решение довольно удобно получить с использованием МКР. Для этого вводим сетку на интервале $[a, b]$ с постоянным шагом по радиусу и времени:

$$\omega_r = \{r_i = a + ih_r\}; h_r = \frac{b-a}{N}; i = 0, 1, 2 \dots N,$$

$$\omega_t = \{t_i = (i-1)h_t\}; h_t = \frac{T_{max}}{N}; i = 0, 1, 2 \dots N.$$

Аппроксимируя уравнение (4), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_{ri}}{\partial r^2} + \left(\frac{3}{r_i} - \frac{1}{E_i} \frac{\partial E_i}{\partial r} \right) \frac{\partial \sigma_{ri}}{\partial r} - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_i} \frac{1}{E_i} \frac{\partial E_i}{\partial r} \sigma_{ri} = \\ = - \frac{E_i}{r_i(1-\nu)} \frac{\partial \varepsilon_{Ti}}{\partial r} - \frac{E_i}{r_i(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon_{zi}^*}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{\theta i}^*}{\partial r} + \frac{\varepsilon_{\theta i}^* - \varepsilon_{ri}^*}{r_i} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Полученное разностное уравнение (13) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{h_r^2} - \frac{3}{2h_r r_i} + \frac{1}{2h_r E_i} \frac{E_{i+1} - E_{i-1}}{2h_r} \right) \sigma_{r(i-1)} - \left(\frac{2}{h_r^2} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_i E_i} \frac{E_{i+1} - E_{i-1}}{2h_r} \right) \sigma_{ri} + \\ + \left(\frac{1}{h_r^2} + \frac{3}{2h_r r_i} - \frac{1}{2h_r E_i} \frac{E_{i+1} - E_{i-1}}{2h_r} \right) \sigma_{r(i+1)} = - \frac{E_i}{r_i(1-\nu)} \alpha \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2h_r} - \\ - \frac{E_i}{r_i(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\varepsilon_{z(i+1)}^* - \varepsilon_{z(i-1)}^*}{2h_r} + \frac{\varepsilon_{\theta(i+1)}^* - \varepsilon_{\theta(i-1)}^*}{2h_r} + \frac{\varepsilon_{\theta i}^* - \varepsilon_{ri}^*}{r_i} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $i = 1, 2 \dots N-1$.

Решение уравнения (14) приводится к матрице следующего вида:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ f_{N-1} \\ -P_N \end{Bmatrix}$$

Решение задачи происходит пошагово во времени. Это означает, что реологические параметры на следующем шаге определяются из решения для текущего момента времени:

$$\varepsilon_{t+1}^* = \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t} \cdot \Delta t + \varepsilon_t^* \quad (15)$$

Была решена задача определения НДС при следующих исходных данных: $R_1 = 8 \text{ мм}$, $R_N = 28 \text{ мм}$. Внутреннее и внешнее давления: $P_1 = 10 \text{ МПа}$, $P_N = 0 \text{ МПа}$. Время, в течение которого происходит расчет, равно $T_{\max} = 3,6 \text{ ч}$.

Решения были получены при двух условиях:

$$T_1 = T_N = 20^0 \text{ C};$$

$$T_1 = 20^0 \text{ C}, T_2 = 50^0 \text{ C}. \text{ Рост температуры происходит за } 1,2 \text{ ч}.$$

Матрица системы является трехдиагональной. Решение было выполнено в ПК «MATLAB». На рис. 1–10 приведены графики изменения напряжений и деформаций ползучести вдоль радиуса с течением времени.

Задача распределения напряжений в однородном цилиндре хорошо известна. Напряжения не зависят от физико-механических параметров материала, соответственно, не зависят от выбранной теории связи «напряжения-деформации». Таким образом, напряжения, при одинаковой температуре на внутреннем и внешнем торцах цилиндра, не изменяются (рис. 1).

При этом деформации при расчете с использованием уравнения Максвелла-Гуревича оказываются на порядок больше, чем при расчете с использованием уравнения Максвелла-Томпсона.

При решении задачи под действием температурного поля, картина для деформаций меняется несильно. Однако напряжения при этом отличаются весьма существенно.

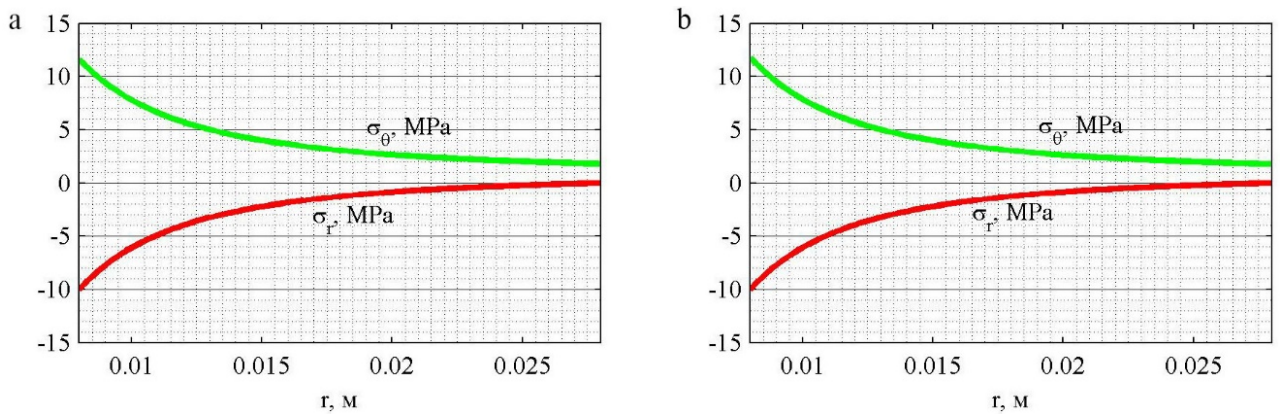


Рис. 1 — Напряжение σ_r и σ_θ при постоянной температуре: а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона

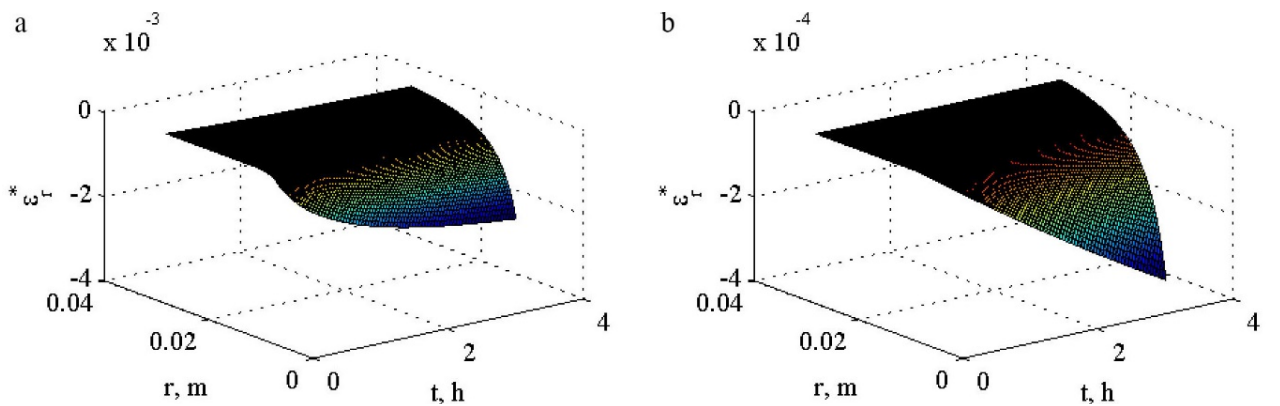


Рис. 2 — Деформации ε_r^* при постоянной температуре: а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона

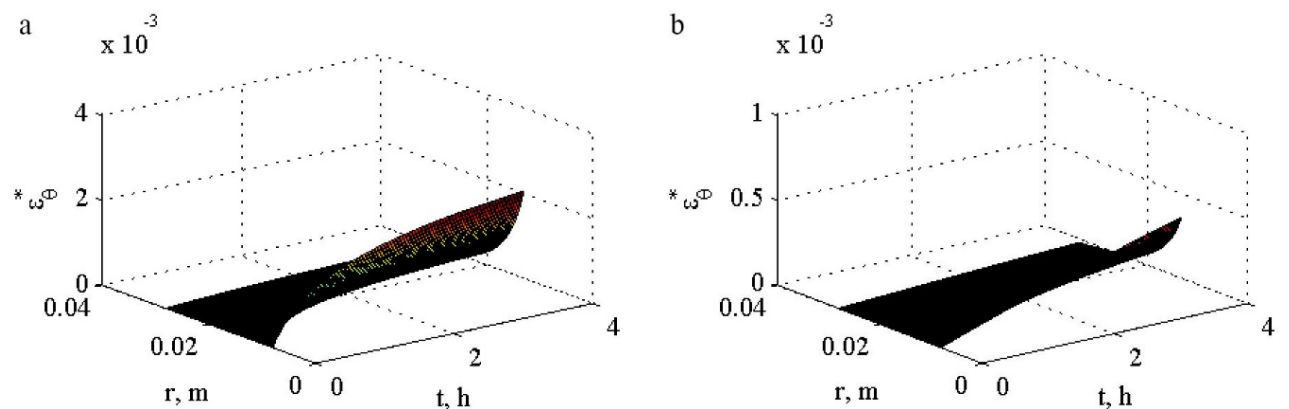


Рис. 3 — Деформации ε_θ^* при постоянной температуре: а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона

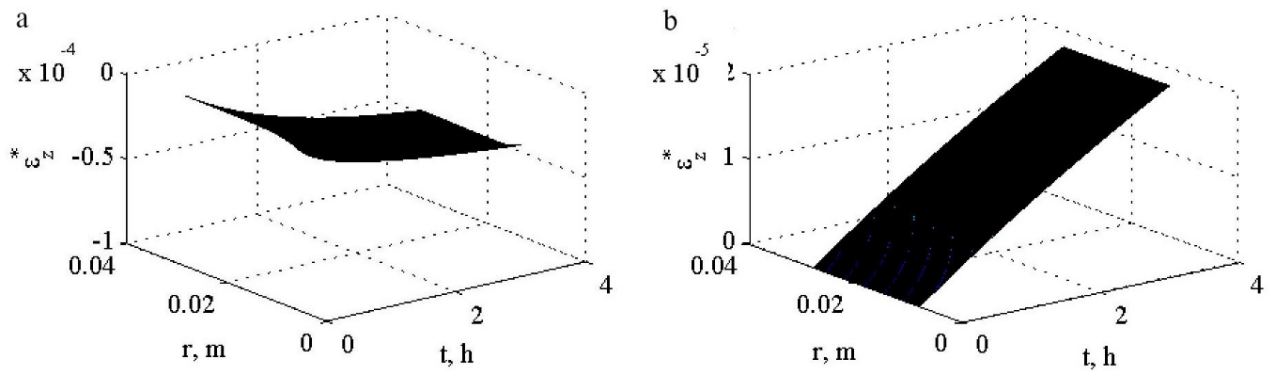


Рис. 4 — Деформации ε_z^* при постоянной температуре: а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона

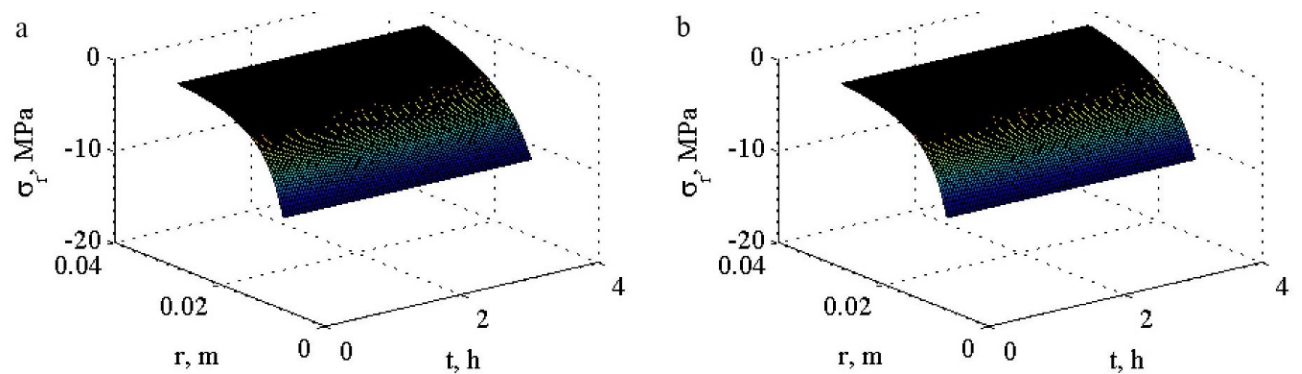


Рис. 5 — Напряжение σ_r : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

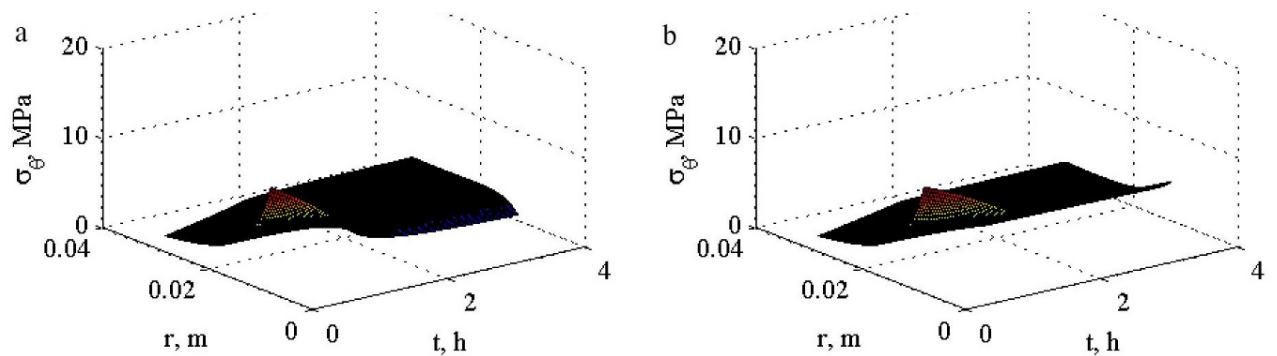


Рис. 6 — Напряжение σ_θ : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

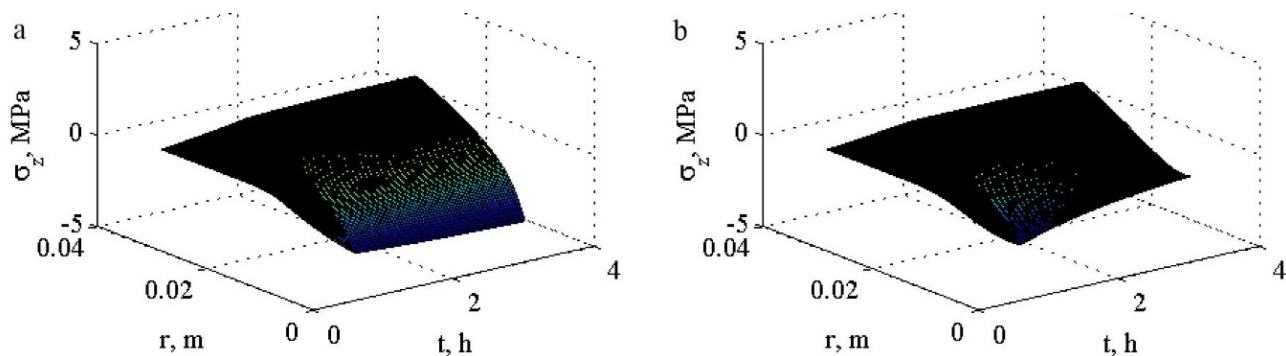


Рис. 7 — Напряжение σ_z : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

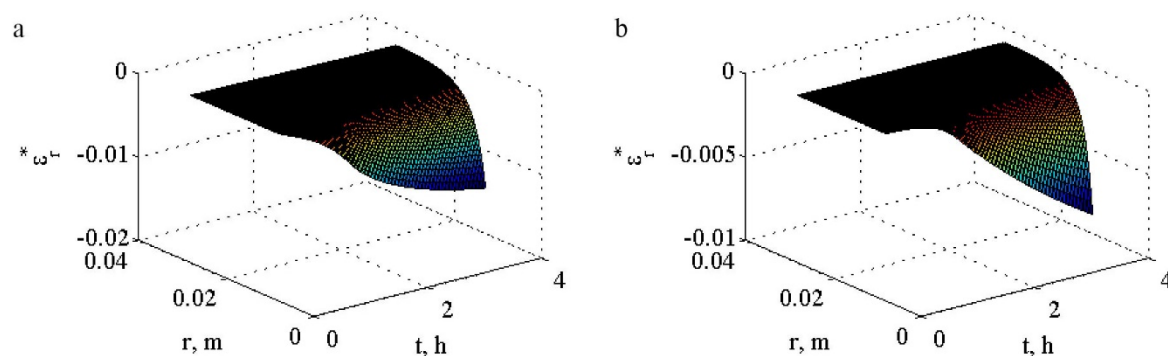


Рис. 8 — Деформации ε_r^* : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

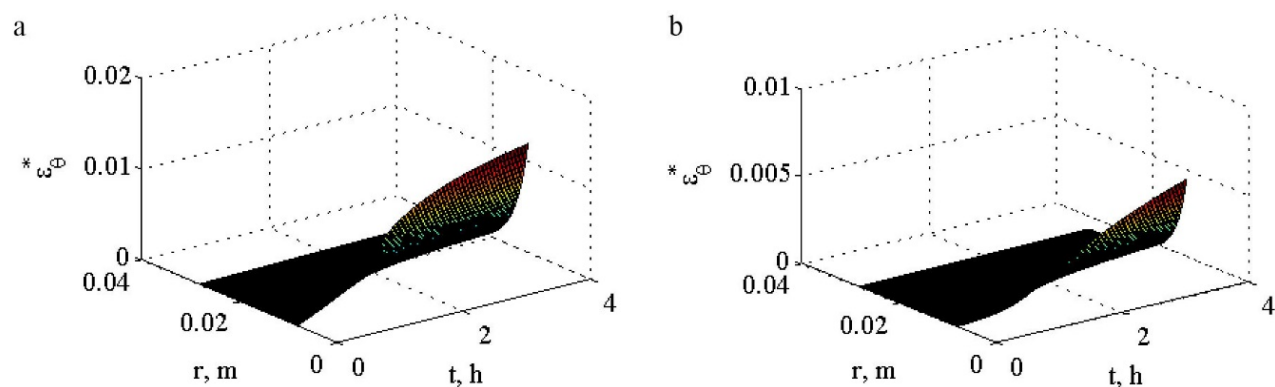


Рис. 9 — Деформации ε_θ^* : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

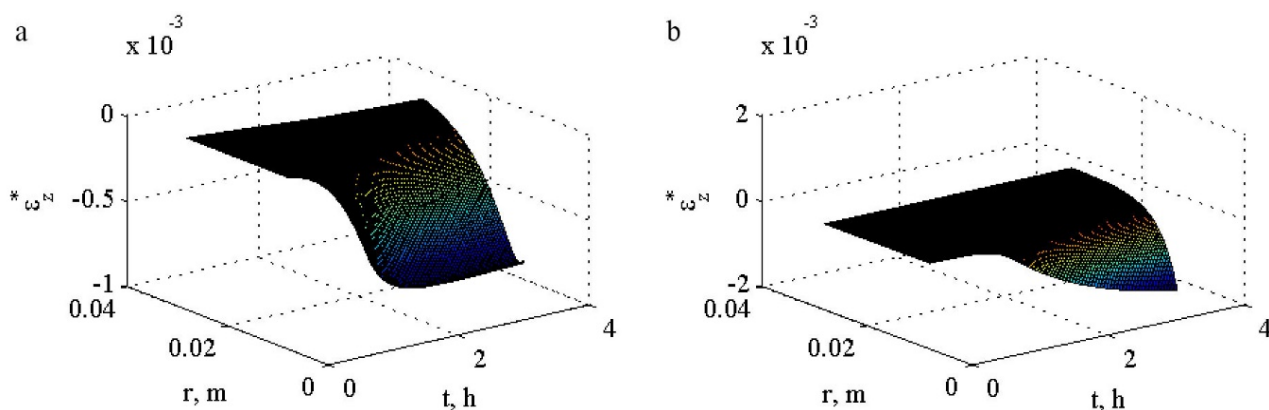


Рис. 10 — Деформации ε_z^* : а — закон Максвелла-Гуревича; б — закон Максвелла-Томпсона (при изменении температуры)

Объяснить такую картину можно тем, что уравнение Максвелла-Гуревича учитывает вязкость как функцию от температуры, в то время как в уравнении Максвелла-Томпсона изменение значения релаксационной вязкости не учитывается.

При постоянной температуре решение задачи близко к решению упругой задачи. То есть, если в условии задачи будет дана постоянная температура, можно принять, что $E = const$, что значительно упрощает прочностной расчет.

Проанализировав полученный результат, можно сделать вывод, что при расчете напряженного состояния конструкции вполне достаточно применения уравнения Максвелла-Томпсона в качестве уравнения связи «напряжения-деформации». Однако если необходимо определять и деформации конструкции, следует использовать уравнение связи Максвелла-Гуревича.

Литература

1. Андреев В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.: АСВ, 2002. 288 с.
2. Языев Б.М. Нелинейная ползучесть непрерывно неоднородных цилиндров: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.04. М., 1990. 171 с.



3. Языев Б.М. Особенности релаксационных свойств сетчатых и линейных полимеров и композитов на их основе: дис. ... д-р. техн. наук: 01.00.06. Нальчик, 2009. 352 с.

4. Литвинов С.В., Языев Б.М., Языева С.Б. Плоская деформация неоднородных многослойных цилиндров с учетом нелинейной ползучести // Вестник МГСУ. 2010. №1. С. 128–132.

5. Литвинов С.В., Языев Б.М., Бескопыльный А.Н. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении // Инженерный вестник Дона, 2011, №4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/704.

6. Литвинов С.В., Козельский Ю.Ф., Языев Б.М. Расчет цилиндрических тел при воздействии теплового и радиационного нагружений // Инженерный вестник Дона, 2012, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/954.

7. Литвинов С.В., Козельский Ю.Ф., Языев Б.М. Осесимметричная термоупругая деформация цилиндра с учетом двухмерной неоднородности материала при воздействии теплового и радиационного нагружений // Вестник МГСУ. 2012. №11. С. 82–87.

8. Языев Б.М., Литвинов С.В., Козельский Ю.Ф. Плоская деформация элементов цилиндрических конструкций под действием физических полей // Инженерный вестник Дона, 2013, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1616.

9. Языев Б.М., Чепурненко А.С., Литвинов С.В., Аваков А.А. Построение модели равнопрочного толстостенного цилиндра при силовых и температурных воздействиях // Научное обозрение. 2014. №9. С. 863–866.

10. А. Е. Дудник, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов и др. Плоское деформированное состояние полимерного цилиндра в условиях термовязкоупругости // Инженерный вестник Дона, 2015, №2, Ч.2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063.



11. Языев Б.М., Литвинов С.В. Плоскодеформированное и плосконапряженное состояние непрерывно неоднородного цилиндра под воздействием температурного поля // Сборник трудов. Ростов–н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2006. С. 25–27.
12. Дудник А.Е., Никора Н.И., Чепурненко А.С. Обратная задача для осесимметричного нагруженного толстостенного цилиндра // Научное обозрение. 2015. №11. С. 74–78.
13. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Никора Н.И. и др. Модель равнонапряженного цилиндра на основе теории прочности Мора при силовых и температурных воздействиях // Инженерный вестник Дона, 2015, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3064.
14. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Никора Н.И. Плоская осесимметричная задача термовязкоупругости для полимерного цилиндра // Инженерный вестник Дона, 2015, №1-2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816.
15. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Нестационарная задача теплопроводности для электрического кабеля с ПВХ изоляцией // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. №6. С.49–51.
16. Andreev V.I., Chepurnenko A.S., Yazyev B.M. Model of equal-stressed cylinder based on the Mohr failure criterion // Advanced Materials Research. 2014. T.887-888. Pp.869–872.
17. Vladimir I. Andreev, Anton S. Chepurnenko, Batyr M. Yazyev. Energy Method in the Calculation Stability of Compressed Polymer Rods Considering Creep//Advanced Materials Research Vols. 1004-1005 (2014) pp. 257–260. Trans Tech Publications, Switzerland.

References

1. Andreev V.I. Nekotorye zadachi i metody mekhaniki neodnorodnykh tel [Some problems and methods of mechanics of heterogeneous solids]. M.: ASV, 2002. 288 p.
2. Yazyev B.M. Nelineynaya polzuchest' nepreryvno neodnorodnykh tsilindrov [Nonlinear creep continuously inhomogeneous cylinders]. M.: 1990. 171 p.
3. Yazyev B.M. Osobennosti relaksatsionnykh svoystv setchatykh i lineynykh polimerov i kompozitov na ikh osnove [Features of relaxation properties of linear and cross-linked polymers and composites based on them] Nal'chik: 2009. 352 p.
4. Litvinov S.V., Yazyev B.M., Yazyeva S.B. MGSU. 2010. №1. pp. 128-132.
5. Litvinov S.V., Yazyev B.M., Beskopyl'nyy A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, №4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2011/704.
6. Litvinov S.V., Kozel'skiy Yu.F., Yazyev B.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/954.
7. Litvinov S.V., Kozel'skiy Yu.F., Yazyev B.M. Vestnik MGSU. 2012. №11. pp. 82-87.
8. Yazyev B.M., Litvinov S.V., Kozel'skiy Yu.F. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1616.
9. Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V., Avakov A.A. Nauchnoe obozrenie. 2014. №9. Pp. 863-866.
10. A. E. Dudnik, A. S. Chepurnenko, S. V. Litvinov i d.r. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №2, P.2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063.
11. Yazyev B.M., Litvinov S.V. Ploskodeformirovannoe i ploskonapryazhennoe sostoyanie nepreryvno neodnorodnogo tsilindra pod vozdeystviem temperaturnogo polya. Sbornik trudov. [Plane strain and plane



stress continuous homogeneous cylinder under the influence of temperature field // Proceedings]. Rostov–n/D: Rost. gos. stroit. un-t, 2006. — pp. 25–27.

12. Dudnik A.E., Nikora N.I., Chepurnenko A.S. Nauchnoe obozrenie. 2015. №11. pp. 74-78.

13. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Nikora N.I. i dr. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3064.

14. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Nikora N.I. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №1-2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816.

15. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V. Nauchno-tekhnicheskij vestnik Povolzh'ya. 2015. №6. pp.49–51.

16. Andreev V.I., Chepurnenko A.S., Yazyev B.M. Model of equal-stressed cylinder based on the Mohr failure criterion. Advanced Materials Research. 2014. T.887-888. pp.869–872.

17. Vladimir I. Andreev, Anton S. Chepurnenko, Batyr M. Yazyev. Energy Method in the Calculation Stability of Compressed Polymer Rods Considering Creep. Advanced Materials Research Vols. 1004-1005 (2014) pp. 257–260. Trans Tech Publications, Switzerland.