Устойчивость стенки стального силоса при осесимметричном выпучивании и начальном искривлении оболочки, направленном внутрь

М.М. Хасанов, Т.М. Чапаев, Б.Х. Амшоков

Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет, Нальчик

Аннотация: Рассматривается способ расчета на устойчивость стенки стального спирально-навивного силоса при осесимметричном выпучивание под действием внутреннего давления зерна. Конструкция силоса состоит из сглаженных через фальцы коротких цилиндрических оболочек, имеющих начальные искривления, направленные внутрь. Получено решение для определения критических напряжений коротких оболочек.
Ключевые слова: стальной силос, стенка спирально-навивного силоса, осесимметричное выпучивание, начальное искривление оболочки, внутреннее боковое давление, упругий отпор зерна, сила трения зерна.

При расчете на устойчивость стенки силоса учитывается как внутреннее давление зерна, так и его упругий отпор. Рассмотрим способ расчета на устойчивость стенки спирально-навивного силоса, которая состоит сочлененных через фальцы коротких цилиндрических оболочек. Исследуем одну из наиболее нагруженных оболочек, представляющих собой цилиндрическую оболочку с длиной равной шагу фальцевых ребер.

Принимается осесимметричная форма потери устойчивости оболочки, совпадающая с формой начальных прогибов.

Рассматриваются два варианта:

1) выпучивание, при котором искривление оболочки направлено внутрь;
2) выпучивание, при котором искривление оболочки направлено наружу.

С точки зрения потери устойчивости оба варианта, в данном случае, опасны. В первом случае (прогибы внутрь) начальные искривления вызывают окружные сжимающие усилия, которые ускоряют потерю устойчивости оболочки. При этом условия работы оболочки улучшаются вследствие ее совместной работы с заполнителем, который изнутри оказывает на оболочку стабилизирующее воздействие.

Во втором случае, при прогибах наружу (бочкообразность) в оболочке возникают растягивающие кольцевые напряжения, обусловленные прогибом оболочки и внутренним давлением, которые повышают устойчивость оболочки. Однако, в данной расчетной системе, отсутствует влияние упругого заполнителя. Из приведенных рассуждений делается вывод о необходимости расчета устойчивости по двум вариантам.

В данной статье рассматривается вопрос устойчивости стенки стального силоса при осесимметричном выпучивании и начальном искривлении оболочки, направленном внутрь.

Осесимметричное выпучивание и начальное искривление оболочки стального силоса, направленное внутрь

В качестве исходных принимаются нелинейные дифференциальные уравнения Муштари-Донелла-Власова [1], в которых учтены начальные искривления оболочки, а уравнения равновесия дополнено членом Kw (где K – коэффициент постели упругого основания, принимаемый постоянным; w– радиальное перемещение оболочки, прогиб), учитывающим воздействие упругого заполнителя на стенки цилиндра.

Вследствие того, что прогибы от нагрузки и начальный прогиб являются функцией лишь осевой координаты (x), исходная система линеаризуется и сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами, которое составлено для винклерова упругого основания:

$$Dw^{IY} + \sigma t\left(w^{II} + w_0^{I}\right) + \left(\frac{Et}{R^2} + K\right)w = 0\,, \tag{1}$$

где: D – цилиндрическая жесткость;
R – радиус оболочки;
t – толщина оболочки;
σ – критическое осевое напряжение сжатой и подпертой изнутри упругим основанием идеальной цилиндрической оболочки;

w_0 – начальное искривление;
E – модуль деформации металла;
$K = \dfrac{E_c}{(1-\mu_c)\sqrt{Rt}}$ – коэффициент постели упругого основания, принимаемый постоянным;
E_c – модуль упругости;
μ_c – коэффициент Пуассона сыпучей массы.

Выражение для прогиба принимается в виде:

$$w = f \sin \lambda x, \ \lambda = \pi/l, \qquad (2)$$

где: f – стрела прогиба;
l – длина полуволны выпучивания стенки оболочки.

Приняв в (1) $w_0 = 0$, подставляем (2) в (1) и получаем в результате выражение:

$$\sigma = \frac{D\lambda^2}{t} + \frac{E}{R^2\lambda^2} + \frac{K}{\lambda^2 t}. \qquad (3)$$

Минимизируя $\partial\sigma/\partial\lambda = 0$ находим

$$l = \frac{\pi}{\lambda} = \pi\left(\frac{Et}{DR^2} + \frac{K}{D}\right)^{-1/4}. \qquad (4)$$

Наличие начальных искривлений при приложении сжимающей нагрузки приводит к возникновению в цилиндрической оболочке помимо осевых напряжений, также и кольцевых сжимающих напряжений

$$\sigma_0 = \frac{Ew}{R}, \qquad (5)$$

где w находится из (1) в функции от w_0.

Тогда получаем

$$\sigma_0 = Ew_0\left(\frac{D\lambda_0 R}{\sigma t} - R + \frac{E}{R\sigma\lambda_0^2} + \frac{KR}{\lambda_0^2\sigma t}\right)^{-1}. \qquad (6)$$

где: $\lambda_0 = \dfrac{m_0\pi R}{\mathrm{L}}$;
L – длина оболочки.

Кроме того, в цилиндрической оболочке силоса в кольцевом направлении возникают так же растягивающие напряжения, вызванные внутренним давлением. Следовательно, фактическое кольцевое напряжение определяется по формуле:

$$\sigma_\theta^\phi = \sigma_\theta - \sigma_0^p, \tag{7}$$

где: σ_θ – окружное напряжение от внутреннего давления сыпучего, определяется по (6);

$\sigma_0^p = qR/t$ – кольцевое растягивающее напряжение;

q – внутреннее давление сыпучего материала.

Устойчивость свободно опертой цилиндрической оболочки при окружном осесимметричном напряжении исследована в [2], где показано, что величина критического кольцевого напряжения σ_θ больше критического напряжения при внешнем равномерном давлении в 1,79 раза:

$$\sigma_\theta^* = 1,79 \cdot 0,925E\left(\frac{R}{L}\right)\left(\frac{t}{R}\right)^{1,5}. \tag{9}$$

Или, подставляя в (9) $L = 2l = 2\pi / \lambda$, для кольцевого критического напряжения получаем следующее выражение:

$$\sigma_\theta^* = \frac{0,26E\lambda t^{1,5}}{\sqrt{R}}. \tag{10}$$

Из теоремы П.Ф. Папковича [3] о выпуклости граничных поверхностей следует, что минимальное значение критического напряжения определяется из уравнения:

$$\frac{\sigma_{кр}^{внутр.}}{\sigma} + \frac{\sigma_\theta^\phi}{\sigma_\theta^*} = 1. \tag{11}$$

Отсюда получаем

$$\sigma_{кр}^{внутр.} = \left(1 - \frac{\sigma_\theta^\phi}{\sigma_\theta^*}\right)\sigma. \tag{12}$$

Компоненты уравнения (12) вычисляются по формулам (3), (4), (7) и

(10) при $w_0 = \beta_0 l = \beta\pi / \lambda$ (где β_0 – постоянная, назначаемая в нормах на проектирование силосов).

Полученное решение позволяет определять критическое напряжение с учетом основных влияющих факторов для коротких оболочек при $L / R \leq 1$.

Литература

1. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1962, 431 с.
2. Y. C. Fung. Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders Under Axial Compression and Internal Pressure, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 24, No. 5 (1957), pp. 351-356.
3. Папкович П.Ф. Теория упругости. М.: Оборонгиз, 1939. 640 с.
4. Алфутов Н.А., Балабух Л.И. Энергетический критерий устойчивости упругих тел, не требующий определения начального состояния. «ПММ», 1968, Т. XXXII, вып. I, с. 703-707.
5. Ахтямов А.В. Приближенный метод расчета на устойчивость цилиндрической оболочки силоса // Строительная механика и расчет сооружений. 1989. №1. с.40-43.
6. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М., «Наука», 1967, 984 с.
7. Чапаев Т.М. Определение критических напряжений в оболочках малых гибкостей // Научно-практический журнал «Известия Кабардино-Балкарского государственного аграрного университета имени В.М. Кокова». № 1(15), Нальчик, 2017, с.81-90.
8. Литвинов В.В., Языев Б.М., Бескопыльный А.Н. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при равномерном внешнем давлении // Инженерный вестник Дона, 2011, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704.

9. Литвинов В.В., ЯзыевБ.М., Энергетический метод в форме Тимошенко-Ритца для определения критических сил осевого сжатия круговой цилиндрической оболочки // Инженерный вестник Дона, 2012, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/722.
10. Тимофеев С.И. Численное решение нелинейной задачи устойчивости цилиндрических изотропных оболочек на основе динамического критерия // Инженерный вестник Дона, 2012, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/720.
11. Karman Th. TsienH.S. The buckling of thin cylindrical shells under axial compression, J. of the Aeron. Sci 8, №8 (1941), pp.303-312.

References

1. Novozhilov V.V. Teoriya tonkikh obolochek [Theory of thin shells]. L.: Sudpromgiz, 1962, 431 p.
2. Y. C. Fung. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 24, No. 5 (1957), pp.351-356.
3. Papkovich P.F. Teoriya uprugosti [Theory of elastic strength]. M.: Oborongiz, 1939. 640 p.
4. Alfutov N.A., Balabukh L.I. Ehnergeticheskiyj kriteriyj ustoyjchivosti uprugikh tel, ne trebuyuthiyj opredeleniya nachaljnogo sostoyaniya. «PMM», 1968, T. 4, vyp. I, pp.703-707.
5. Akhtyamov A.V. Stroiteljnaya mekhanika i raschet sooruzheniyj. 1989. №1. pp.40-43.
6. Voljmir A.S. Ustoyjchivostj deformiruemihkh system [Stability of deformable systems]. M., «Nauka», 1967, 984 p.
7. Chapaev T.M. Nauchno-prakticheskiyj zhurnal «Izvestiya Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta imeni V.M. Kokova». № 1(15), Naljchik, 2017, pp.81-90.

8. Litvinov V.V., Yazihev B.M., Beskopihljnihyj A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/704.
9. Litvinov V.V., Yazihev B.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/ n1y2012/722.
10. Timofeev S.I. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/ n1y2012/720.
11. Karman Th. Tsien H.S. Sci 8, №8 (1941), pp.303-312.