Учёт влияния отличия модулей упругости на сжатие и растяжение при расчёте на прочность армированных балок с заполнителем из фибропенобетона.

Е. Э. Кадомцева, Л.В. Моргун

При расчёте железобетонных балок рекомендуется рассчитывать их по предельным состояниям, считая, что во всей растянутой зоне нормальные растягивающие напряжения достигли предельного разрушающего значения [1]. Далее расчёт на прочность железобетонной балки проводится с учётом только сжатой зоны [2]. При этом считается, что модули упругости на растяжение E_p и модуль упругости при сжатии E_c одинаковы. На самом деле для некоторых видов бетона, например для фибропенобетона, $E_p \neq E_c$ [3].

Целью данной работы является выяснить как влияет на прочность армированных балок учет отличия E_p *и* E_c *для з*аполнителя [4,5].

Рассмотрим армированную бетонную балку произвольного поперечного сечения, произвольно опёртую и произвольно нагруженную изгибающими нагрузками, вызывающими плоский изгиб.

Обозначим:

M_y - изгибающий момент относительно нейтральной линии в произвольном поперечном сечении балки,

n – число стержней арматуры,

I_a- осевой момент инерции поперечного сечения одного стержня арматуры,

M_a- изгибающий момент, возникающий в одном стержне арматуры,

E_a - модуль упругости при растяжении стержней арматуры,

$M_б$ - изгибающий момент, возникающий в бетонной части балки,

$M_{б+}$- изгибающий момент, возникающий в растягивающей части бетона,

$E_{б+}$ - модуль упругости бетона (заполнителя) при растяжении,

$I_{б+}$ - осевой момент инерции растягивающей части бетона,

$M_{б-}$- изгибающий момент, возникающий в сжимающей части бетона,

$E_{б-}$- модуль упругости бетона (заполнителя) при сжатии,

$I_{б-}$- осевой момент инерции сжимающей части бетона.

Найдём формулы для определения изгибающих моментов, возникающих в стержнях арматуры, сжатой и растянутой части бетона (заполнителя) [6]. Используя методы сопротивления материалов, имеем следующую зависимость между изгибающими моментами [7,8]

$M_y = M_{б+} + M_{б-} + n \cdot M_a$, где $M_б = M_{б+} + M_{б-}$, (1)

$\frac{1}{\rho_{б+}} = \frac{1}{\rho_{б-}} = \frac{1}{\rho_a} = \frac{1}{\rho}$ (2), где

$\rho_{б+}$ - радиус кривизны растянутой зоны заполнителя (бетона),

$\rho_{б-}$ - радиус кривизны сжатой зоны заполнителя (бетона),

ρ_a - радиус кривизны стержня арматуры,

ρ - радиус кривизны балки.

Формула радиуса кривизны имеет вид $\frac{1}{\rho} = \frac{M_y}{EI_y}$. Соответственно

$\frac{1}{\rho_{б+}} = \frac{M_{б+}}{E_{б+} \cdot I_{б+}}$, $\frac{1}{\rho_{б-}} = \frac{M_{б-}}{E_{б-} \cdot I_{б-}}$, $\frac{1}{\rho_a} = \frac{M_a}{E_a \cdot I_a}$. (3)

Подставив (3) в (1), (2) , получим:

$$M_{б+} = \frac{E_{б+} \cdot I_{б+}}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-} + n \cdot E_a \cdot I_a} M_y = \frac{E_{б+} \cdot I_{б+}}{E_{б+} \cdot I_б + E_{б-} \cdot I_{б-}} M_б, \quad (4)$$

$$M_{б-} = \frac{E_{б-} \cdot I_{б-}}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-} + n \cdot E_a \cdot I_a} M_y = \frac{E_{б-} \cdot I_{б-}}{E_{б+} \cdot I_б + E_{б-} \cdot I_{б-}} \mathrm{M}_б, \quad (5)$$

$$M_a = \frac{E_a \cdot I_a}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-} + n \cdot E_a \cdot I_a} M_y. \quad (6)$$

Найдём зависимость между нормальными напряжениями, возникающими в растягивающей и сжимающей зоне заполнителя (бетона) $\sigma_{б+,}\sigma_{б-}$ и соответствующими изгибающими моментами [9].

Для заполнителей, у которых верен закон Гука $\sigma = E \cdot \varepsilon$, можно использовать известные зависимости (7), (8) при выводе нормальных напряжений σ.

$$M_б = \int_{A_б} \sigma \cdot z\, dA = \int_{A_{б+}} \sigma_{б+} \cdot z\, dA + \int_{A_{б-}} \sigma_{б-} \cdot z\, dA . \quad (7)$$

Где $A_{б+}, A_{б-}$ - площади поперечного сечения растянутой и сжимающей зоны заполнителя.

$$\sigma_{б-} = E_{б-} \cdot \varepsilon = \frac{E_{б-} \cdot z}{\rho}, \sigma_{б+} = E_{б+} \cdot \varepsilon = \frac{E_{б+} \cdot z}{\rho}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), найдём выражение для радиуса кривизны ρ нейтрального слоя:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_б}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-}}. \quad (9)$$

Найдём выражения нормальных напряжений, возникающих в заполнителе, подставив (8) в (9).

$$\sigma_{б-} = \frac{M_б \cdot E_{б-} \cdot z}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-}} = \frac{M_y \cdot E_{б-} \cdot z}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-} + n \cdot E_a \cdot I_a}, \quad (10)$$

$$\sigma_{б+} = \frac{M_б \cdot E_{б+} \cdot z}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-}} = \frac{M_y \cdot E_{б+} \cdot z}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-} + n \cdot E_a \cdot I_a}, \quad (11)$$

Где z – расстояние от нейтральной линии 0у до точки, в которой определяется нормальное напряжение [10].

Для определения положения нейтральной линии воспользуемся условием:

$$\int_{A_б} y \cdot \sigma \, dA = 0 \quad (12), \qquad \int_{A_б} \sigma \, dA = 0 \quad (13).$$

Подставив (10), (11) в (12), получим выражение

$\frac{M_б}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-}} \left(E_{б+} \cdot I_{yz+} + E_{б-} \cdot I_{yz-}\right) = 0$ и из этого выражения получаем формулу для определения положения нейтральной линии

$$\frac{I_{yz+}}{I_{yz-}} = -\frac{E_{б-}}{E_{б+}} = -\kappa \quad (14)$$

Где I_{yz+}, I_{yz-} - центробежные моменты инерции относительно произвольных осей, но ось 0у перпендикулярна плоскости действия приложенных нагрузок.

Рассмотрим условие (13).

$$\int_{A_б} \sigma \, dA = \int_{A_{б+}} \sigma_{б+} \, dA + \int_{A_{б-}} \sigma_{б-} \, dA = \frac{M_б}{E_{б+} \cdot I_{б+} + E_{б-} \cdot I_{б-}} \left(E_{б+} \cdot S_{y+} + \right.$$

$$\left. + E_{б-} \cdot S_{y-}\right) = 0. \quad (15)$$

Где S_{y+}, S_{y-} - статические моменты инерции относительно нейтральной линии, совпадающей с осью 0y.

Для определения положения нейтральной линии из выражения (15) получаем:

$$\frac{S_{y+}}{S_{y-}} = -\frac{E_{б-}}{E_{б+}} = -\kappa \ . \qquad (16)$$

Если ось 0z является главной осью, то условие (14) удовлетворяется тождественно и положение нейтральной линии определяется из условия (16).

Используя условие (16) и формулы (10),(11), найдём положение нейтральной линии и выражения максимальных растягивающих и сжимающих напряжений для армированных балок прямоугольного поперечного сечения:

$$|z_{max+}| = h_p = \frac{\sqrt{k}}{1+\sqrt{k}} \cdot h,$$

$$|\sigma_{maxб+}| = \frac{3\cdot(1+\sqrt{k})^2\cdot\sqrt{k}\cdot h}{k\cdot b\cdot h^3+(\sqrt{k})^3\cdot b\cdot h^3+n\cdot 3\cdot(1+\sqrt{k})^3\cdot E_a\cdot I_a} \cdot |M_{maxy}|, \qquad (17)$$

$$|z_{max-}| = h_c = \frac{1}{1+\sqrt{k}} \cdot h,$$

$$|\sigma_{maxб-}| = \frac{3\cdot(1+\sqrt{k})^2\cdot k\cdot h}{k\cdot b\cdot h^3+(\sqrt{k})^3\cdot b\cdot h^3+n\cdot 3\cdot(1+\sqrt{k})^3\cdot E_a\cdot I_a} \cdot |M_{maxy}|. \qquad (18)$$

Где h_p- высота растягивающейся зоны, h_c- высота сжимающейся зоны, $h = h_c + h_p$- высота прямоугольного поперечного сечения балки.

Используя формулы (17), (18) для максимальных нормальных напряжений можно проводить расчёт на прочность как по допускаемым напряжениям, так и по предельным состояниям армированных балок прямоугольного поперечного сечения с любыми заполнителями, материал которых следует закону Гука. Таким требованиям, например, отвечает фибропенобетон .

Литература:

1. Андреев В.И., Языев Б.М. Выпучивание продольно сжатых стержней переменной жесткости при ползучести// Инженерный вестник Дона, вып. 4(ч.2), 2012
2. Н. А. Бескопыльный, М. И. Кадомцев, А. А. Ляпин Методика исследования динамических воздействий на перекрытия пешеходного перехода при проезде транспорта // Инженерный вестник Дона, вып. 4, 2011
3. Моргун Л.В., Смирнова П.В., Моргун В.Н., Богатина А.Ю. Конструкционные возможности фибропенобетона неавтоклавного твердения// Ж. «Строительные материалы», 2012, №4. – С.14…16.
4. Филин А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела. Т.1. - М. изд-во” Наука”, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1981.-832 с.
5. Кадомцева Е.Э. Прочность при ударе по составной балке. ”Строительство 2009”, Материалы юбилейной международной научно-практической конференции/Ростовский государственный строительный университет - Ростов-на-Дону: редакционно-издательский центр РГСУ, 2009.-228с.
6. Чепурненко А.С., Языев Б.М. Оптимизация формы поперечного сечения сжатых стержней из условия устойчивости//Научное обозрение. 2012. № 6. — С. 45-49.
7. Fabrikant V.I. Applications of Potential Theory in Mechanics. Selection of New Results. Kluwer, 1989 (djvu)
8. Fabrikant V.I. Mixed Boundary Value Problems of Potential Theory and thA. eir Applications in Engineering. Kluwer, 1991 (djvu)
9. Чепуренко А.С., Андреев В.И., Языев Б.М. Построение модели равнопрочной многопролётной балки // Инженерный вестник Дона, вып. 1, 2013
10. Языев Б.М. Устойчивость жесткого сетчатого полимерного стержня с учетом начальных несовершенств. – М.: Обозрение прикладной и промышленной математики, 2008, Том 15, вып. 2.